

**Modell einer dualen absorptiven
Streuamplitude**

Wolfgang Braun

1975



Digitized by the Internet Archive
in 2026

Modell einer dualen absorptiven
Streuamplitude

Inaugural - Dissertation
zur
Erlangung des Doktorgrades
des
Fachbereichs Physik
der
Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von
Wolfgang Braun
aus Schwaigern

1975



1. Berichterstatter: Priv.-Doz. Dr. E.G.Weidemann

2. Berichterstatter: Prof. Dr. F.Bopp

Tag der mündlichen Prüfung: 24. 7. 1975

<u>Einleitung</u>	1
I. <u>Absorption, Dualität und duale absorptive Amplituden</u>	
1) Absorption	3
2) Dualität	6
3) Duale absorptive Amplituden	10
II. <u>Konstruktion und Untersuchung einer dualen absorptiven Modellamplitude</u>	
1) Definition des Modells	19
2) S-Kanal-Resonanzen	22
3) Hochenergieverhalten	25
4) Einbeziehung des Pomerons	30
III. <u>Anwendung des Modells auf die Pion-Pion-Streuung</u>	
1) Allgemeiner Formalismus	32
2) Amplituden und Wirkungsquerschnitte im Resonanz- und Hochenergiebereich	34
IV. <u>Anwendung auf Pion-Nukleon-Ladungsaustauschstreuung</u>	
1) Zur Kinematik der Pion-Nukleon-Streuung	59
2) Amplituden, Wirkungsquerschnitte u. Polarisierung	60
3) Ansatz für Pion-Nukleon-Ladungsaustauschstreuung	61
4) Einzelheiten zum Fit	62
5) Totaler Wirkungsquerschnitt im Resonanzbereich	68
<u>Diskussion der Ergebnisse</u>	72

Anhang A

Seite

- | | |
|---|----|
| 1) T-Abhängigkeit von peripheren Amplituden | 74 |
| 2) Das Unitaritätsintegral | 75 |
| 3) Berechnung der n-Reggeon (Pomeron) -Schnitte | 77 |
| 4) Stoßparameterdarstellung | 78 |
| 5) Berechnung von $R_1(s)$ | 79 |

Anhang B

- | | |
|--|----|
| 1) Programme zur Pion-Pion-Streuung | 81 |
| 2) Programme zur Pion-Nukleon-Ladungsaustauschstreuung | 95 |

Referenzen

104

E i n l e i t u n g

Die experimentellen Daten über hadronische 2-Teilchen-Streuprozesse deuten in überzeugender Weise darauf hin, daß die diese Prozesse beschreibenden Streuamplituden erstens neben Reggepolen auch absorptive Beiträge in Form von Reggeschnitten enthalten und zweitens Dualitätseigenschaften besitzen (Harari, Ref.1).

Es wird nun in dieser Arbeit ein Modell einer solchen dualen absorptiven Amplitude aufgestellt und untersucht, wobei es sich als möglich erweist, realistische Reggepole im s-Kanal durch Aufsummation von t-Kanal-Reggepolen und -Schnitten zu erzeugen. Die Reggeschnitte werden dabei durch Iteration des Polterms berechnet, für welchen ein sehr einfacher Ansatz mit zwei freien Parametern gemacht wird.

Im Fall der Pion-Pion-Streuung lassen sich so bei Anpassung der Parameter im Resonanzbereich und einem der üblichen Ansätze für das Pomeron die differentiellen Wirkungsquerschnitte bei hohen Energien vorhersagen, während für die Pion-Nukleon-Ladungsaustauschreaktion ein relativ guter Fit an die Hochenergie-daten durchgeführt werden kann.

Das erste Kapitel behandelt allgemein die Entwicklung der phänomenologischen Beschreibung von 2-Teilchen-Streuprozessen im Hochenergiebereich durch die Ideen der Absorption, Dualität und dualen Absorption. Dabei wird vor allem auf die bekannten Absorptionsmodelle WAM und SCRAM sowie die Veneziano-Amplitude und das Hararische dual absorptive model eingegangen.

Im zweiten Kapitel wird die oben beschriebene Modellamplitude entwickelt und bezüglich ihrer Eigenschaften im Nieder- und Hochenergiebereich untersucht.

Das dritte Kapitel bringt dann die Anwendung des Modells auf die Pion-Pion-Streuung. Nach einer kurzen Behandlung des allgemeinen Formalismus werden zunächst die elastischen und totalen Wirkungsquerschnitte sowie die Argand-Diagramme berechnet und dann die dualen Eigenschaften des nichtdiffraktiven Anteils $\tilde{V}(s,t)$ der Streuamplitude anhand des Verlaufs von $\text{Im } \tilde{V}(s,0)$, $\text{Im } \tilde{V}(s,t)$ und $\tilde{V}(s,b)$ gezeigt. Anschließend folgt die Berechnung der differentiellen Wirkungsquerschnitte für die verschiedenen Pion-Pion-Streuprozesse bei hohen Energien.

Schließlich wird das Modell im vierten Kapitel auch auf die Pion-Nukleon-Ladungsaustauschstreuung angewendet, und zwar in Form eines Fits an die Hochenergie-daten des totalen und differentiellen Wirkungsquerschnitts sowie der Polarisierung. Bei sieben freien Parametern und 132 Datenpunkten ergibt sich dabei ein guter Fit mit einer Fehlerquadratsumme von 211. Eine Ausweitung des Fits auf den Resonanzbereich des totalen Wirkungsquerschnitts scheint bei zusätzlicher Berücksichtigung von Reggeon-Pomeron-Schnitten (wie bei der Pion-Pion-Streuung) möglich zu sein.

I. Absorption, Dualität und duale absorptive Amplituden

1) Absorption

Trotz der vielen Erfolge des Reggepolmodells bei der phänomenologischen Beschreibung von Zweiteilchen-Streuprozessen im Hochenergiebereich gibt es mehrere experimentelle Tatsachen, die das reine Polmodell in ernsthafte Schwierigkeiten bringen:

- a) Polarisierung bei $\pi^-p \rightarrow \pi^0 n$: Alleiniger Austausch der Rho-Trajektorie gibt beiden Helizitätsamplituden dieselbe Phase, so daß die Polarisierung verschwindet (Ref.2,3). Die Messungen ergeben jedoch eine deutliche Polarisierung (Ref.4).
- b) Vorwärtsspeak in Reaktionen mit Pionenaustausch (z.B. $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$, $n p \rightarrow p n$): Hier würde reiner Pionenaustausch eine Umkehr des Vorwärtsspeaks im differentiellen Wirkungsquerschnitt voraussetzen, da das Pion wegen seiner negativen Parität nur zur Helizitäts-Flip-Amplitude beitragen könnte. Die Daten zeigen aber einen scharfen Peak im Bereich $|t| \lesssim m_\pi^2$ (Ref.2).
- c) Crossover-Phänomen: Die Differenz der elastischen Wirkungsquerschnitte von π^-p - und π^+p -Streuung hat eine Nullstelle bei $t \approx -0,15 \text{ GeV}^2$. Im reinen Reggepolmodell wäre diese bei $\alpha(t)=0$, d.h. $t \approx -0,6 \text{ GeV}^2$. Dieser Widerspruch läßt sich auch nicht dadurch lösen, daß man eine entsprechende Nullstelle im Residuum einführt, da diese dann bei anderen Reaktionen ebenfalls vorkommen müßte. Dasselbe gilt auch für K^+p -Streuung usw. (Ref.2).
- d) Serpukhov-Daten: Der in Serpukhov gemessene Wiederanstieg von totalen Wirkungsquerschnitten bei hohen Energien steht im Widerspruch zu Fits mit Reggepolmodellen (Ref.5).

Alle diese Probleme können am einfachsten durch absorptive Korrekturen in Form von Reggeschnitten gelöst werden. Reggeschnitte müssen ja sowieso aus theoretischen Gründen vorhanden sein, da die analytischen Fortsetzungen von Partialwellenamplituden in die komplexe Drehimpulsebene feste Pole enthalten, die mit der Unitaritätsbedingung unverträglich sind, solange sie nicht am Rande eines Schnittes in der kompl. Drehimpulsebene liegen (s. Ref.6).

Ein typischer Ansatz für eine Amplitude mit Absorption ist der folgende (vgl. Ref.7):

$$A(s, t) = R(s, t) + 2i\lambda (R * P)(s, t) \quad (1.1)$$

($\mathcal{G}$ = Rho-Trajektorie, P = Pomeron)

$R * P$ ist dabei so definiert, daß die s -Kanal-Partialwellen multipliziert werden:

$$A_1(s) = R_1(s) + 2i\lambda R_1(s)P_1(s) \quad (1.2)$$

Der absorptive Beitrag besteht also aus einer zusätzlichen elastischen Streuung der Endzustände nach dem Reggeon-austausch. Nähert man diese elastische Amplitude durch einen Pomeron-austausch an (wie in (1.1)), so erhält man einen Schnitt in der komplexen t -Kanal-Drehimpulsebene, den sog. Reggeon-Pomeron-Schnitt.

Auf dem Absorptionsmechanismus (1.1) beruhen die beiden klassischen Absorptionsmodelle, das Weak Absorption Model (WAM) mit $\lambda \approx 1$ (Ref.8) und das Strong Cut Reggeized Absorption Model (SCRAM) mit $1 < \lambda \leq 3$ je nach Reaktion (Ref.9). Inzwischen haben aber auch diese Modelle Schwierigkeiten bekommen: Der vorausgesagte Polarisationsverlauf bei der Pion-Nukleon-Ladungsaustauschreaktion steht in deutlichem Widerspruch zum Experiment. Außerdem wird die Dip-Struktur im differentiellen Wirkungsquerschnitt jeweils nur bei einem Teil der gemessenen Zweiteilchenprozesse richtig wiedergegeben (s. Ref.1,7).

Neuerdings wurde das SCRAM zwar verbessert (Ref.10), aber dies gelang nur auf Kosten einer komplizierten Parametrisierung des Pomerons. Andererseits zeigte Karari (Ref.1,11), daß mit einer absorptiven Amplitude, die gleichzeitig Dualitätseigenschaften hat, sämtliche Schwierigkeiten der bisherigen Absorptionsmodelle überwunden werden könnten.

Wie schon erwähnt folgt die Existenz von Reggeschnitten aus der Unitaritätsbedingung, die wiederum eng mit Vielfach-

austauschprozessen zusammenhängt, wie explizit unitarisierte Amplituden (Eikonal- und K-Matrix-Darstellung) nahelegen, falls man $\mathcal{G}$ bzw. K mit Reggetermen identifiziert:

$$A_1(s) = \frac{K_1(s)}{1 - i\mathcal{G}(s)K_1(s)} = K_1 + i\mathcal{G}K_1^2 - \mathcal{G}^2K_1^3 + \dots \quad (1.3)$$

$$A_1(s) = \frac{e^{2i\delta_e(s)} - 1}{2i\mathcal{G}(s)} = \frac{1}{\mathcal{G}}\delta_e + \frac{i}{\mathcal{G}}\delta_e^2 - \frac{2}{3\mathcal{G}}\delta_e^3 + \dots \quad (1.4)$$

Über dieses reggeisierte K-Matrix- bzw. Eikonalmmodell gibt es mehrere Veröffentlichungen (Ref.12-16), von denen allerdings nur in Ref.14 ein umfassender quantitativer Fit durchgeführt wird.

Wenn wir in Gl.(1.2) das Pomeron näherungsweise als rein imaginär annehmen, so wird deutlich, warum man diesen Prozeß Absorption nennt:

$$A_1(s) = R_1(s) (1 + 2i P_1(s)) \approx R_1(s) (1 - 2|P_1(s)|) \quad (1.5)$$

Da $P_1(s)$ mit l schnell abfällt, ist der Effekt des Reggeon-Pomeron-Schnitts eine Unterdrückung (Absorption) der niedrigen Partialwellen. Dies ist als Folge der Unitarität zu verstehen, denn für kleine Drehimpulse öffnen sich bei höheren Energien viele inelastische Kanäle, die mit dem 2-Teilchen-Prozeß konkurrieren. Bei einer Reichweite der starken Wechselwirkungen von $r \approx 1$ Fermi erwarten wir also, daß die Streuamplitude (1.5) von den peripheren Partialwellen

$$l = qr, \text{ also } l \propto \sqrt{s} \quad (1.6)$$

dominiert wird.

2) Dualität

Dualität ist eine der fruchtbarsten Ideen, die sich aus der Reggephänomenologie entwickelt haben, und findet in den verschiedensten Gebieten der Hochenergiephysik Anwendung (z.B. bei Vielteilchenprozessen oder bei der inelastischen Elektron-Proton-Streuung).

Ganz allgemein besagt die Dualität, daß eine Abhängigkeit zwischen s-Kanal-Resonanzen und t-Kanal-Reggepolen besteht und diese nicht einfach addiert werden dürfen, wenn man eine Amplitude in allen Energiebereichen beschreiben will.

Mit Hilfe von "Finite Energy Sum Rules" konnten nämlich Dolen, Horn und Schmidt (Ref.17) zeigen, daß die Fortsetzung des bei hohen Energien dominierenden Reggeterms nach niedrigen Energien gerade einen Mittelwert über den Imaginärteil der Amplitude im Resonanzbereich bildet ("globale Dualität"). In Bild 1 ist dies für den Imaginärteil der Pion-Nukleon-Ladungsaustauschamplitude bei $t=0$ zu sehen ($\text{Im } A(\pi^+p \rightarrow \pi^0n)|_{t=0} \propto k(\sigma_T(\pi^+p) - \sigma_T(\pi^0p))$).

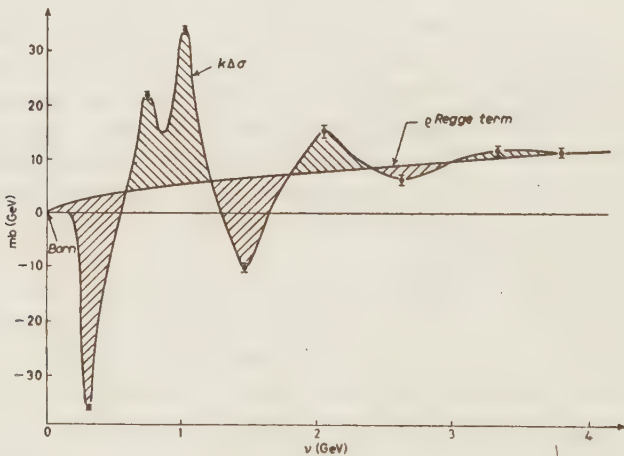


Bild 1: $k\Delta\sigma = k(\sigma_T(\pi^+p) - \sigma_T(\pi^0p))$ und der Reggeterm in Abhängigkeit von der Energie (k =Impulsbetrag im Schwerpunktsystem). Aus Ref.18.

Es lag nun der Gedanke nahe, durch Hinzunahme von niedriger liegenden Trajektorien die ganze s-kanal-Resonanzstruktur aus

t-Kanal-Reggetermen zu erhalten ("lokale Dualität"). Hinzu kam noch die Entdeckung von C.Schmid (Ref.19), daß Partialwellenprojektionen von Reggetermen im Argand-Diagramm sich wie Resonanzkreise verhalten.

Natürlich können echte s-Kanal-Pole nur entstehen, wenn man unendlich viele Reggeterme summiert. Das erste Beispiel dafür, daß eine solche duale Amplitude existiert, war die berühmte Veneziano-Amplitude (Ref.20):

$$V(s,t) = \frac{\Gamma(1-\alpha(t)) \Gamma(1-\alpha(s))}{\Gamma(1-\alpha(t)-\alpha(s))} \quad , \quad \alpha(t) = \alpha_0 + \alpha' t \quad (1.7)$$

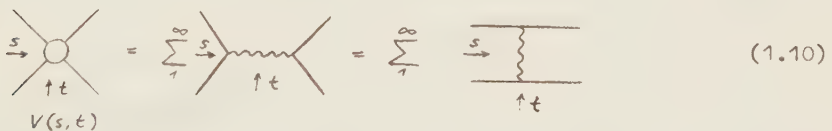
Man kann sie nach s-Kanal-Polen entwickeln (konv. für $\alpha(t) < 0$)

$$\frac{\Gamma(1-\alpha(t)) \Gamma(1-\alpha(s))}{\Gamma(1-\alpha(t)-\alpha(s))} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Gamma(n+\alpha(t))}{\Gamma(n)\Gamma(\alpha(t))} \frac{1}{\alpha(s)-n} \quad (1.8)$$

oder (asymptotisch) nach t-Kanal-Reggetermen:

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma(1-\alpha(t)) \Gamma(1-\alpha(s))}{\Gamma(1-\alpha(t)-\alpha(s))} &\underset{s \rightarrow \infty}{\sim} \Gamma(1-\alpha(t)) \sum_{n=0}^{\infty} C_n(\alpha(t)) (-\alpha(s))^{\alpha(t)-n} \\ &= \Gamma(1-\alpha(t)) \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{C}_n(t) (-\alpha(s))^{\alpha(t)-n} \end{aligned} \quad (1.9)$$

Mit Diagrammen können wir die Veneziano-Amplitude so symbolisieren:



$$V(s,t) = \sum_1^{\infty} \dots = \sum_1^{\infty} \dots \quad (1.10)$$

Im u-Kanal hat die Veneziano-Amplitude keine Singularitäten, so daß die Einführung von Signaturamplituden nicht notwendig ist. Die Trajektorie $\alpha(t)$ ist daher austauschentartet, d.h. die Teilchen auf ihr sind im Abstand $\Delta j=1$ (statt $\Delta j=2$ wie bei einer Trajektorie mit Signatur) angeordnet. Diese Austauschentartung ist bei vielen Trajektorien recht gut erfüllt und folgt aufgrund der

Dualität aus der Existenz exotischer Kanäle (d.h. Kanäle, in denen keine Resonanzen auftreten*).

Da der diffraktive Anteil einer elastischen Amplitude (d.h. das Pomeron) einen konstanten Beitrag zum totalen Wirkungsquerschnitt liefert, nimmt man an, daß das Pomeron dual zum nicht-resonanten Hintergrund ist und die Resonanzen zum nichtdiffraktiven Anteil der Amplitude dual sind. Dies ist die sog. Zweikomponententheorie von Harari und Freund (Ref.21,22).

Es folgen daraus einfache Vorhersagen für das Verhalten von totalen Wirkungsquerschnitten:

- a) Die Imaginärteile von Amplituden ohne Resonanzen, d.h. mit exotischem s-Kanal, sollten vom Pomeron dominiert werden. Man sieht dies in Bild 2 sehr schön am niedrigeren und flacheren Verlauf des totalen Wirkungsquerschnitts von K^+p -, K^+n -, pn - und pp -Streuung im Vergleich zu den nichtexotischen Prozessen, deren Anteile an (nichtdiffraktiven) Reggetermen deutlich am Abfall in P_{lab} zu sehen ist.

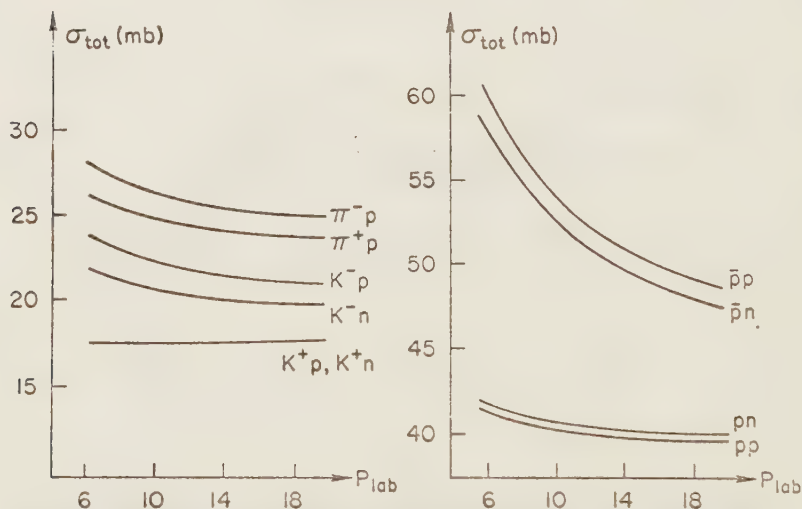


Bild 2: Verlauf des totalen Wirkungsquerschnitts für verschiedene Streuprozesse. Davon sind exotisch: K^+p , K^+n , pn und pp . (Aus Ref.11).

*) Beisp. für exot. Quantenz.: $B=2$ (pn , pp); $B=1$, $S=1$ (K^+p , K^+n); $B=0$, $Q=2$ (n^+n^+).

b) Falls bei exotischen Prozessen der t-Kanal andere Quantenzahlen als die des Vakuums besitzt, so daß kein Pomeron austausch möglich ist, sollte der Imaginärteil der Amplitude verschwinden. Dies gilt z.B. für $K^+n \rightarrow K^0p$. Wegen

$$\text{Im } A(K^+n \rightarrow K^0p)_{t=0} \propto \sigma_T(K^+p) - \sigma_T(K^+n) \quad (1.11)$$

müßten also die totalen Wirkungsquerschnitte von K^+p und K^+n zusammenfallen, ganz in Übereinstimmung mit den experimentellen Daten in Bild 2.

Nachdem das Modell der zweikomponentigen Dualität so erhärtet ist, wollen wir am Beispiel der $\pi^+\pi^+$ -Streuung weitere Konsequenzen aus der Abwesenheit von s-Kanal-Resonanzen ziehen:

Der nichtdiffraktive Anteil der $\pi^+\pi^+$ -Amplitude wird bei hohen Energien (und kleinen Streuwinkeln) durch die rho- und f-Trajektorien dominiert und hat in diesem Bereich daher die Form

$$A_R(s,t) = i \beta_g(t) e^{-i \frac{\pi}{2} \alpha_g(t) \left(\frac{s}{s_0}\right)} \alpha_g(t) + \beta_f(t) e^{-i \frac{\pi}{2} \alpha_f(t) \left(\frac{s}{s_0}\right)} \alpha_f(t) \quad (1.12)$$

Die Phasen der beiden Reggeterme folgen dabei aus den s-u-Crossingeigenschaften (Signatur) der Trajektorien (s. Ref.10). Da es sich um einen exotischen Prozeß handelt, soll nun gelten

$$\text{Im } A_R(s,t) = 0 \quad (1.13)$$

Das ist natürlich nur erfüllbar für

$$\alpha_g(t) = \alpha_f(t) \equiv \alpha(t) \quad (1.14)$$

Zusätzlich zu dieser Austauschentartung muß aber noch gelten

$$\beta_g(t) \cos\left(\frac{\pi}{2} \alpha(t)\right) - \beta_f(t) \sin\left(\frac{\pi}{2} \alpha(t)\right) = 0 \quad (1.15)$$

mit der Konsequenz

$$\begin{aligned} \beta_g(t) &= \sin\left(\frac{\pi}{2} \alpha(t)\right) \beta(t) & (\text{Nullst. bei } \alpha=0,-2,-4,\dots) \\ \beta_f(t) &= \cos\left(\frac{\pi}{2} \alpha(t)\right) \beta(t) & (\text{Nullst. bei } \alpha=-1,-3,\dots) \end{aligned} \quad (1.16)$$

Da Pole nur bei $\alpha(t) = 1,2,3,\dots$ auftreten, $\beta(t)$ also die Struktur

$$\beta(t) = \tilde{\beta}(t) \Gamma(1 - \alpha(t)) \quad (1.17)$$

hat, werden die in (1.16) angegebenen Nullstellen (die sog. "non-sense wrong signature zeros") nicht durch Pole in $\beta(t)$ aufgehoben (vgl. Ref.10).

Einsetzen von (1.16) und (1.14) in (1.12) ergibt

$$\begin{aligned} A_R(s, t) &= \frac{1}{2} \beta(t) (1 - e^{-i\pi\alpha}) \left(\frac{s}{s_0}\right)^\alpha + \frac{1}{2} \beta(t) (1 + e^{-i\pi\alpha}) \left(\frac{s}{s_0}\right)^\alpha \\ &= \beta(t) \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha(t)} \end{aligned} \quad (1.18)$$

Die Nullstellen des Faktors $(1 - e^{-i\pi\alpha})$ bei $\alpha=0$ macht sich als Dip im differentiellen Wirkungsquerschnitt von Reaktionen bemerkbar, bei denen nur die rho-Trajektorie ausgetauscht werden kann, wie z.B. $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$.

Was passiert nun aber in Reaktionen, die zwei exotische Kanäle haben, wie z.B. $N\Xi \rightarrow \Xi N$ (s-Kan.: $B=2$, t-Kan.: $B=0$, $S=2$)? Hier bleiben nur Reggeschnitte, zu denen die Resonanzen dual sein können. Reggeschnitte müssen also unbedingt in das Konzept der Dualität einbezogen werden. Dies soll im nächsten Kapitel geschehen.

3) Duale absorptive Amplituden

Dualität und Unitarität bzw. die nach Abschnitt 1 damit zusammenhängende Absorption scheinen zunächst nur schwer miteinander vereinbar zu sein. Bei der Veneziano-Amplitude ist es bisher nämlich noch nicht in befriedigender Weise gelungen, Unitaritätseffekte zu berücksichtigen. Gibt man z.B. der Trajektorie $\alpha(t)$ für $t \geq 4m^2$ einen Imaginärteil um Resonanzen mit einer Breite $\Gamma > 0$

zu erhalten, so treten unendlich viele zusätzliche Trajektorien oberhalb von $\alpha(s)$ (sog. "ancestors", s. Ref.23,24) auf. Deshalb wurden Versuche unternommen, durch eine Art Ausschmierung der Betafunktion Reggeschnitte zu erzeugen (Ref.25). Ein besonders ambitionierter Ansatz ist die Unitarisierung mit Hilfe einer Art Feldtheorie, bei der die Veneziano-Amplitude der Bornterm sein soll, die sog. "dual field theory" (Ref.26).

Phänomenologisch zu verwerten war bisher eigentlich nur das "Reggeized K-Matrix-Model" von Lovelace (Ref.15), der die Veneziano-Amplitude als K-Matrix verwendete. Allerdings gehen dadurch wesentliche Dualitäts- und Crossingeigenschaften wieder verloren.

Wir müssen zunächst den Begriff der Dualität so definieren, daß er auf Amplituden mit Reggeschnitten angewendet werden kann (vgl. Worden, Ref.27):

Dualität beruht auf der empirischen Tatsache, daß einige Eigenschaften der Hochenergieamplitude bis herunter zu niedrigen Energien bestehen bleiben (im Sinn einer lokalen Mittelung). Solche Eigenschaften sind die festen Nullstellen in t , das näherungsweise Verschwinden des Imaginärteils bei exotischen Kanälen oder die Energieabhängigkeit in der Form $s^{\alpha(t)}$.

Demnach ist eine Amplitude dual, wenn die Fortsetzung ihrer Hochenergienäherung nach niedrigen Energien eine lokale Mittelung der exakten Amplitude darstellt, wobei die Näherung dadurch definiert ist, daß man sämtliche Reggepol- und Reggeschnittbeiträge nimmt, die sich wie s^{α_i} mit $\alpha_{\max} \leq \alpha_i \leq \alpha_{\max} - \Delta\alpha$ verhalten (abgesehen von logarithmischen Faktoren bei den Schnittbeiträgen).

Je größer man $\Delta\alpha$ wählt, desto näher ist man bei der exakten Hochenergieamplitude, die sich natürlich zur exakten Niederenergieamplitude fortsetzt, da es sich um eine analytische Funktion handelt. Dualität ist also nur dann eine echte Aussage, wenn man sich auf die führenden Pole und Schnitte beschränkt, z.B. mit der Festlegung $\Delta\alpha = 1$.

Worden (Ref.27) untersuchte das "Strong Cut Model" und einige der neueren Absorptionsmodelle auf ihre Dualitätseigenschaften und stellte fest, daß diese Amplituden nicht dual im obigen Sinne sind.

Aus der Dualitätseigenschaft einer Amplitude können nun einige Folgerungen gezogen werden. Wie wir wissen, ergibt die t-kanal-Beschreibung der Amplitude mit Reggepolen und -Schnitten Strukturen im differentiellen Wirkungsquerschnitt, die für alle Energien bei praktisch denselben t-Werten bleiben. Wie kann man das von der s-Kanal-Beschreibung her verstehen? Die einfachste Möglichkeit wäre die, daß jede einzelne der wesentlichen Resonanzen diese feste t-Abhängigkeit erzeugt. Die Bedingung hierfür ist folgende Beziehung für die dominierenden Resonanzen (s.Anh.A1):

$$l \propto M \quad (1.19)$$

Da $\text{Im } A_R(s,t)$ lokal (d.h. an der Stelle $s=M^2$) von den Resonanzen dominiert wird, liefern die Partialwellen mit

$$l \propto \sqrt{s} \quad (1.20)$$

den wesentlichsten Beitrag zu $\text{Im } A_R(s,t)$. Auf dasselbe Ergebnis sind wir schon bei der Besprechung der Absorption gekommen, allerdings mit dem Unterschied, daß diese Dominanz der peripheren Partialwellen nur für den Imaginärteil der Amplitude zutrifft und nicht notwendigerweise für den Realteil, da dieser auch Beiträge von entfernt liegenden Resonanzen hat und für den deshalb $s=M^2$ nicht gilt.

Es könnte natürlich auch sein, daß die feste Struktur in t durch komplizierte Überlagerungseffekte der s-kanal-Resonanzen entsteht. Die Veneziano-Amplitude bietet ein Beispiel hierfür. Aber die experimentellen Daten sprechen eindeutig für die erstere Möglichkeit: Bild 3 zeigt die Nullstellen der dominierenden Resonanzen in beiden πN -Helizitätsamplituden, und man sieht deutlich, daß alle ungefähr bei $t=-0,2 \text{ GeV}^2$ bzw. bei $t=-0,5 \text{ GeV}^2$ liegen. Auf Bild 4 ist dieser Mechanismus für die Pion-Pion-Streuung zu sehen.

Im $A_R(s,t)$ wird also von den peripheren Partialwellen $l=q r$ ($q=|\vec{q}|$ = Impuls im Schwerpunktsystem, $r \approx 1$ Fermi) dominiert. Für eine Amplitude mit Helizitäts-Flip $\Delta\lambda$ folgt daraus (s.Anh.A1):

$$\text{Im } A_{\Delta\lambda}^R(s,t) \sim J_{\Delta\lambda}(r\sqrt{-t}) \quad (1.21)$$

d.h. $\text{Im } A_{\Delta\lambda}^R$ hat bezüglich seiner Maxima, Minima und Nullstellen

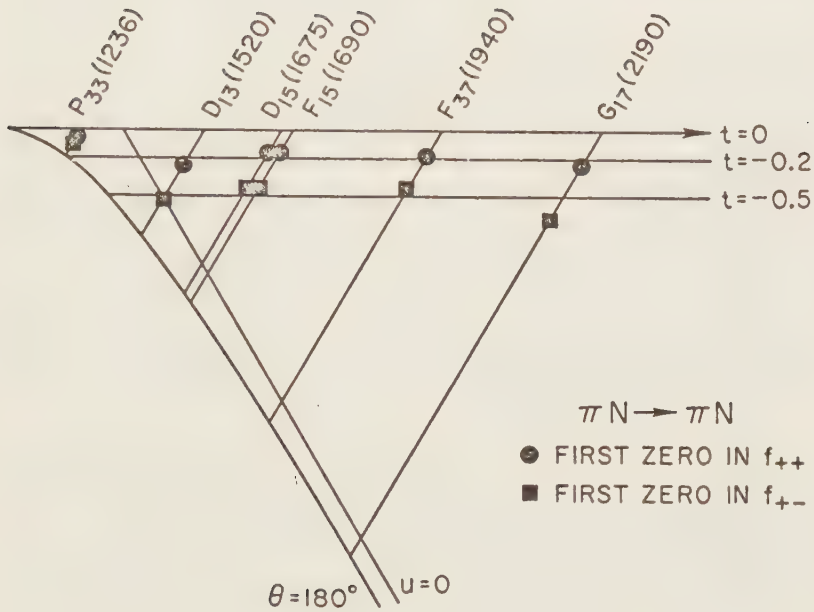


Bild 3: Nullstellen der dominierenden N^* -Resonanzen in $\pi N \rightarrow \pi N$ für beide Helizitätsamplituden. (Aus Ref. 11).

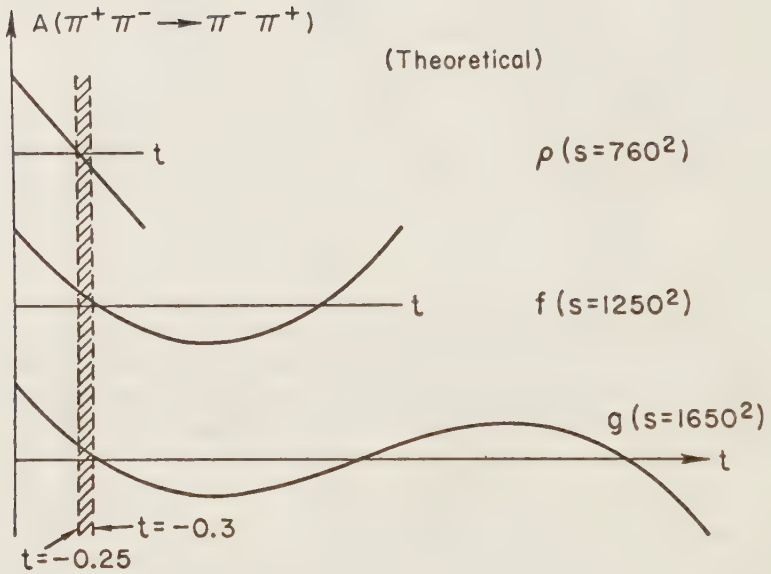


Bild 4: Die t -Abhängigkeit der Beiträge des ρ -, f - und g -Mesons zur elastischen $\pi^+ \pi^-$ -Streuamplitude (aus Ref.11).

die Struktur der Besselfunktion $J_0(r\sqrt{-t})$. Mit $r=1$ Fermi besitzt $J_0(r\sqrt{-t})$ seine ersten Nullstellen bei $t=0,2$ und $1,2 \text{ GeV}^2$, $J_1(r\sqrt{-t})$ bei $-t = 0$ und $0,6 \text{ GeV}^2$.

Gl. (1.21) zusammen mit dem im letzten Abschnitt besprochenen Zweikomponentenmodell der Dualität

$$A(s,t) = P(s,t) + A_R(s,t) , \quad (1.22)$$

wobei der Pomeronbeitrag $P(s,t)$ als strukturlos und näherungsweise imaginär angenommen wird, erklären die Dip-Strukturen in den differentiellen Wirkungsquerschnitten der verschiedensten Zweiteilchen-Hochenergieprozesse, während keines der bisherigen nichtdualen Absorptionsmodelle dazu in der Lage war (vgl. Ref.1).

Z.B. erhalten wir für elastische Streuungen, bei denen die Helizitäts-Non-Flip-Amplitude dominiert:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt} &\propto |A|^2 = |i|P| + A_R|^2 = |P|^2 + 2|P| \operatorname{Im} A_R + |A_R|^2 \approx (s \text{ groß}) \\ &\approx |P|^2 + 2|P| \operatorname{Im} A_R \quad \left(\frac{|A_R|}{|P|} \xrightarrow{s \rightarrow \infty} 0 \right) \\ &\text{mit } \operatorname{Im} A_R \sim J_0(r\sqrt{-t}) \end{aligned} \quad (1.23)$$

Deshalb erwarten wir in exotischen Prozessen wie K^+p - und pp -Streuung, wo $\operatorname{Im} A_R \approx 0$ ist, einen strukturlosen differentiellen Wirkungsquerschnitt und bei K^-p -, $\bar{p}p$ -, π^+p - und π^-p -Streuung einen Dip an der Stelle des minimums von $J_0(r\sqrt{-t})$, das bei $t \approx -0,6 \text{ GeV}^2$ liegt. Beides wird in den Daten beobachtet (Bild 5). Das Auffüllen der Dips mit wachsender Energie erklärt sich daraus, daß $\operatorname{Im} A_R$ relativ zu $|P|$ kleiner wird.

Noch interessanter ist ein Vergleich der differentiellen Wirkungsquerschnitte von K^+p - und K^-p -Streuung. Hier haben wir

$$\frac{d\sigma}{dt}(K^+p) \propto |P|^2 \quad (1.24)$$

$$\frac{d\sigma}{dt}(K^-p) \propto |P|^2 + 2|P| \operatorname{Im} A_R , \quad \operatorname{Im} A_R \sim J_0(r\sqrt{-t}) \quad (1.25)$$

Die Struktur von $J_0(r\sqrt{-t})$ sagt die Gleichheit beider Ausdrücke an der Stelle $t = -0,2 \text{ GeV}^2$ voraus (dies ist das bekannte Crossover-Phänomen, das genauso auf π^+p zutrifft). Aus den beiden Gleichungen (1.24) und (1.25) können wir nun $|P|$ eliminieren und $\operatorname{Im} A_R$ direkt durch meßbare Größen ausdrücken:

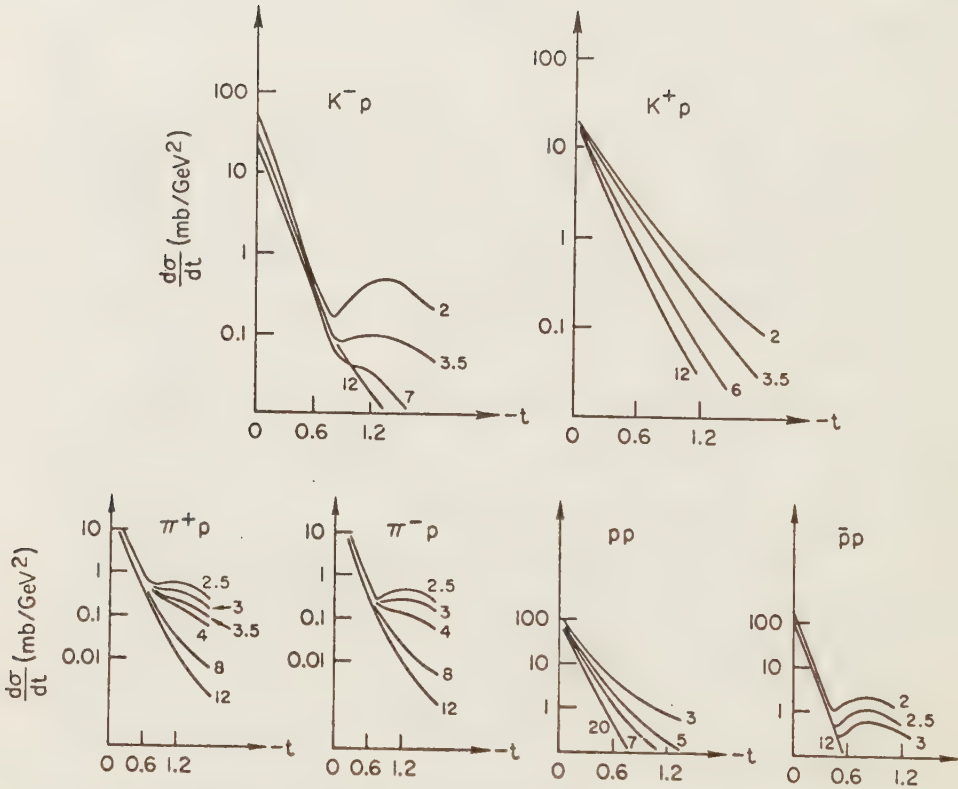


Bild 5: Die differentiellen Wirkungsquerschnitte der elastischen Streuprozesse K^+p , π^+p , pp und $\bar{p}p$ (aus Ref.11).

$$\text{Im } A_R = \frac{\frac{d\sigma}{dt}(K^-p) - \frac{d\sigma}{dt}(K^+p)}{2\sqrt{\frac{d\sigma}{dt}(K^+p)}} \quad (1.26)$$

Bild 6a gibt eine eindrucksvolle experimentelle Bestätigung des $\sigma_0(r|\vec{t})$ - Verhaltens von $\text{Im } A_R(s,t)$ mit $r = 4,8 \text{ GeV}^{-1} \approx 0,95 \text{ fermi}$. Die Partialwellen $\text{Im } A_1^R(s)$ bzw. die Stoßparameterdarstellung $\text{Im } A_R(s,b)$ zeigen ein deutliches Maximum bei $b=r$ und somit den peripheren Charakter des Imaginärteils der nichtdiffraktiven Streuamplitude (Bild 6b).

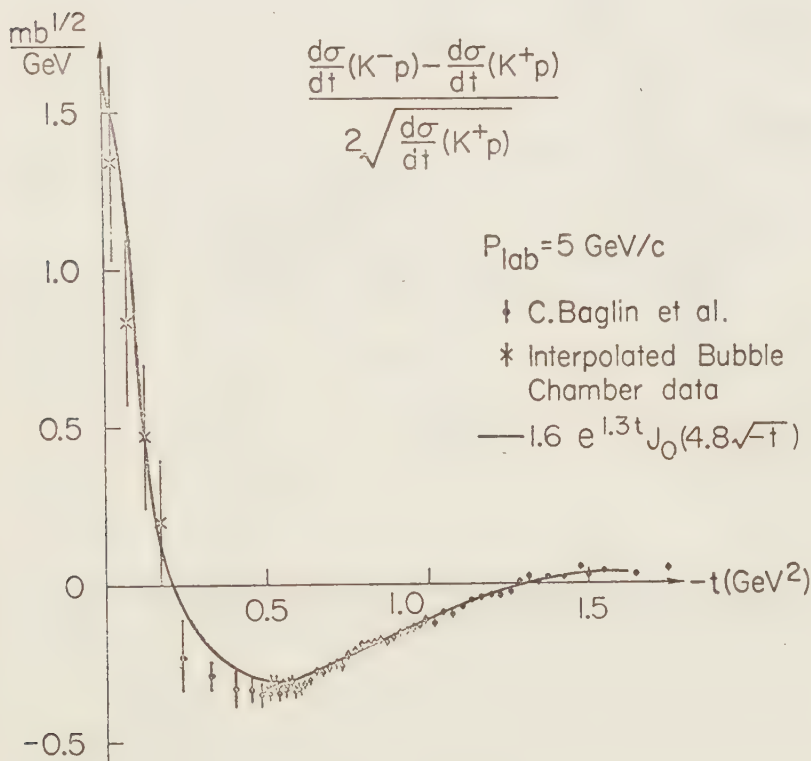


Bild 6a: Experimentelle t -Abhängigkeit des Imaginärteils des nichtdiffraktiven Beitrags ($\text{Im } A_R$) zur K^-p -Amplitude. (Aus Ref.11)

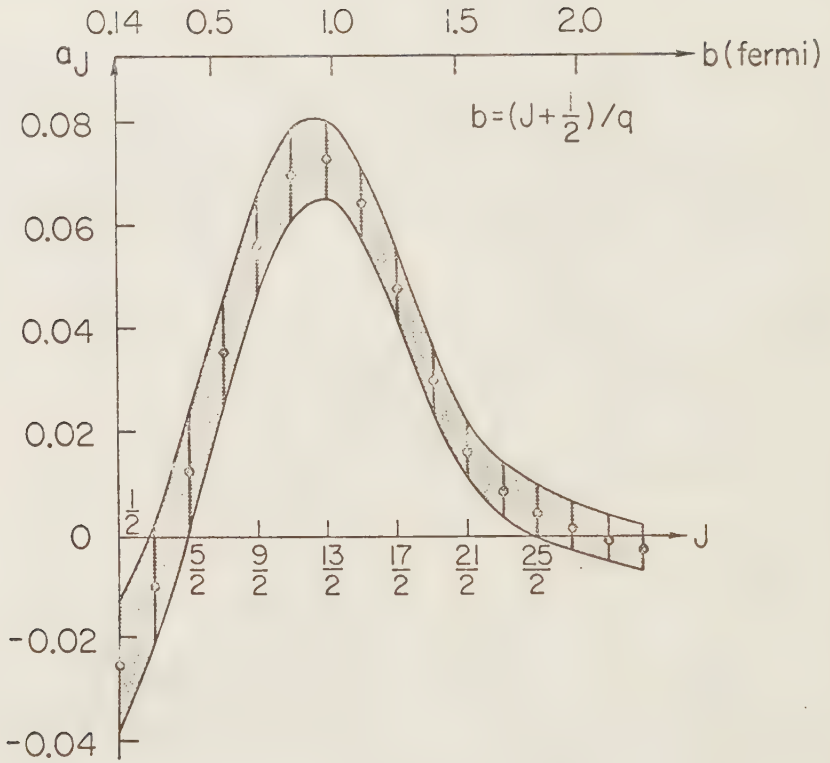


Bild 6b: Partialwellenprojektionen bzw. Stoßparameterdarstellung der Funktion von Bild 6a. (Aus Ref.11)

II. Konstruktion und Untersuchung einer dualen absorptiven Modell- amplitude

1) Definition des Modells

Wie wir gesehen haben, spricht die experimentelle Situation eindeutig für die Beschreibung von Streuprozessen zweier stark wechselwirkender Teilchen durch duale absorptive Amplituden. Es wäre daher sehr wünschenswert, eine Modellamplitude $V(s, t)$ zu konstruieren, die sowohl die durch Austausch mehrerer Reggeonen entstehenden Reggeschnitte als auch im anderen Kanal dazu duale Resonanzen enthält.

Da echte Pole natürlich eine Summation von unendlich vielen Termen erfordern, machen wir den Ansatz

$$\begin{aligned}
 \begin{array}{c} \text{Diagram: A circle with an incoming line from the left labeled } s \text{ and an outgoing line to the right labeled } t. \end{array} &= \begin{array}{c} \text{Diagram: A vertical wavy line.} \end{array} + \begin{array}{c} \text{Diagram: Two vertical wavy lines.} \end{array} + \begin{array}{c} \text{Diagram: Three vertical wavy lines.} \end{array} + \dots \\
 V(s, t) & R(s, t) \quad (R \star R)(s, t) \quad (R \star R \star R)(s, t) \\
 \\
 &= \begin{array}{c} \text{Diagram: A vertical wavy line.} \end{array} + \begin{array}{c} \text{Diagram: A vertical wavy line followed by a circle.} \end{array} \\
 & R(s, t) \quad (R \star V)(s, t)
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

wobei $R(s, t)$ ein t -Kanal-Reggeterm sein soll. $R \star R$ definieren wir auf die in Absorptionsmodellen übliche Weise (s. Anh. A2):

$$(R \star R)(s, t) := \frac{1}{4\pi} \int R(s, \cos \vartheta_1') R(s, \cos \vartheta_2') d\Omega_{12} \quad (2.2)$$

Damit äquivalent ist die Definition über die s -Kanal-Partialwellen:

$$(R \star R)_1(s) := R_1(s) R_1(s) \tag{2.3}$$

Die Partialwellenprojektion von (2.1) lautet also

$$V_1(s) = \sum_{n=1}^{\infty} [R_1(s)]^n = R_1(s) + R_1(s)V_1(s) \quad (2.4)$$

oder

$$V_1(s) = \frac{R_1(s)}{1 - R_1(s)} \quad (2.5)$$

Offensichtlich treten s-Kanal-Resonanzen mit Spin 1 an den Stellen s_i auf, die gegeben sind durch

$$R_1(s_i) = 1 \quad (R_1'(s_i) \neq 0) \quad (2.6)$$

$V(s,t)$ soll nur s- und t-Kanal-Singularitäten besitzen und daher eine Dispersionsrelation der Form (Mandelstamdarstellung, s. Ref.28,29)

$$V(s,t) = \frac{1}{\pi^2} \int_{s_{\min}}^{\infty} \int_{t_{\min}}^{\infty} ds' dt' \frac{\mathcal{G}(s',t')}{(s'-s)(t'-t)} \quad (2.7)$$

erfüllen. Eine völlig symmetrische Amplitude (wie elast. $\pi^0\pi^0$ -Streuung) hätte dann z.B. die Form

$$A_R(s,t,u) = g(V(s,t)+V(u,t)+V(s,u)) \quad , \quad V(s,t)=V(t,s) \quad (2.8)$$

wobei mit A_R der nichtdiffraktive Anteil gemeint ist.

Das Problem besteht nun darin, einen derartigen Reggeterm $R(s,t)$ zu finden, daß sich aus Gl.(2.5) oder als Lösung der Integralgleichung (2.1) eine Funktion $V(s,t)$ ergibt, die möglichst viele der erwünschten Eigenschaften besitzt. Dies erweist sich als außerordentlich schwierig, denn die explizite Form der Integralgleichung (2.1) ist (Ref.2)

$$V(s,t)=R(s,t)+\frac{1}{s-4m^2}\frac{1}{\pi}\int\int_{4m^2-s}^0 dt_1 dt_2 \frac{\theta[K(t,t_1,t_2,s)]}{\sqrt{K(t,t_1,t_2,s)}} R(s,t_1)V(s,t_2)$$

$$\text{wobei} \quad s > 4m^2 \quad (2.9)$$

$$\text{und} \quad K(t,t_1,t_2,s):=-t^2-t_1^2-t_2^2+2(tt_1+tt_2+t_1t_2)+\frac{4tt_1t_2}{s-4m^2}$$

mit der iterativen Lösung

$$V(s,t)=R(s,t)+(R\star R)(s,t)+(R\star R\star R)(s,t)+\dots \quad (2.10)$$

oder nach R aufgelöst:

$$R(s, t) = V(s, t) - (V * V)(s, t) + (V * V * V)(s, t) - + \dots \quad (2.11)$$

Das Unitaritätsintegral^{*}) in (2.9) ist nur im s-Kanal definiert; für andere Werte von s (ausgenommen die negative Halbachse) muß man folgende Form nehmen (s. Anh.A2):

$$V(s, z) = R(s, z) + \frac{1}{s - 4m^2} \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 dz_1 dz_2 \frac{\theta[\Delta(z, z_1, z_2)]}{\sqrt{\Delta(z, z_1, z_2)}} R(s, z_1) V(s, z_2)$$

wobei $s \in \mathbb{C} \setminus (-\infty, 0]$ (2.12)

$$\text{und} \quad \Delta(z, z_1, z_2) := 1 - z^2 - z_1^2 - z_2^2 + 2zz_1z_2$$

Aus diesen Gleichungen können wir unter anderem sehen, daß $V(s, t)$ in der komplexen s-Ebene genau dann einen Schnitt von $s = 4m^2$ bis ∞ hat, wenn $R(s, t)$ einen solchen Schnitt besitzt. Dies ist wichtig, wenn wir echte s-Kanal-Resonanzen mit einer Breite $\Gamma > 0$ erhalten wollen, d.h. Pole auf dem 2. Blatt der kompl. s-Ebene.

$R(s, t)$ muß natürlich die t-Kanal-Pole und das Reggeverhalten von $V(s, t)$ aufweisen, so daß der einfachste Ansatz mit diesen Eigenschaften lautet:

$$R(s, t) = -\beta(t) \left(\frac{4m^2 - s}{s_0} \right)^{\alpha(t)} = -\beta(t) e^{-i\pi\alpha(t)} \left(\frac{s - 4m^2}{s_0} \right)^{\alpha(t)} \quad (2.13)$$

wobei $\beta(t)$ Pole bei $\alpha(t) = 1, 2, 3, \dots$ haben soll:

$$\beta(t) = \tilde{\beta}(t) \Gamma(1 - \alpha(t)) \quad (2.14)$$

Da in Gl.(2.10) die Terme $R * R$, $R * R * R$ usw. wegen der Faltingsintegration keine t-Kanal-Pole mehr besitzen, hat $V(s, t)$ wie $R(s, t)$ Pole an den Stellen $t = t_n$ ($\alpha(t_n) = n$) mit den Residuen

$$\text{Res}_{t=t_n} V(s, t) = \text{Res}_{t=t_n} R(s, t) = \frac{-\tilde{\beta}(t_n) (-1)^n}{\alpha'(t_n) (n-1)!} \left(\frac{4m^2 - s}{s_0} \right)^n \quad (2.15)$$

Dies ist wegen $\cos \frac{1}{2}\varphi = 1 + \frac{2s}{t - 4m^2}$ (analog zur Relation (3.4) für $\cos \frac{1}{2}\varphi$) ein Polynom vom Grad n in $\cos \frac{1}{2}\varphi$. Es treten also auch bei einer komplexen Trajektorie $\alpha(t)$ an der Stelle $t = t_n$ nur Resonanzen mit Spin $1 \leq n$ auf, d.h. es gibt keine ancestors.

^{*}) Die Unitaritätsrelation $\text{Im } A_1(s) \geq \Im(s) A_1(s) A_1^*(s)$ führt auch auf ein solches Integral.

Das Modell soll natürlich in erster Linie eine Beschreibung des s-Kanals liefern, so daß wir uns im weiteren völlig auf den Bereich $t \leq 0$ beschränken können. Hier machen wir die Näherungen

$$\alpha(t) \approx \alpha_0 + \alpha' t \quad , \quad \beta(t) \approx \beta_0 \quad (\text{für } t \leq 0) \quad . \quad (2.16)$$

Zusammenfassend lautet also der Ansatz

$$R(s, t) = -\beta_0 \left(\frac{4m^2 - s}{s_0} \right)^{\alpha_0 + \alpha' t} \equiv \frac{-\beta_0}{s_0^{\alpha_0}} e^{-t \alpha' \ln s_0} (4m^2 - s)^{\alpha_0 + \alpha' t} \quad (t \leq 0) \quad (2.17a)$$

$$V(s, t) = R(s, t) + (R * V)(s, t) \quad \text{oder} \quad V_1(s) = \frac{R_1(s)}{1 - R_1(s)} \quad . \quad (2.17b)$$

2) s-Kanal-Resonanzen

Wir wollen nun der entscheidenden Frage nachgehen, ob der Ansatz (2.17), der bei vorgegebener Trajektorie $\alpha(t)$ nur zwei freie Parameter (β_0 und s_0) enthält, zu einer akzeptablen s-Kanal-Resonanzstruktur führen kann. Dazu betrachten wir die Partialwellenprojektion von (2.17a), deren Berechnung im Anhang A5 durchgeführt ist:

$$\begin{aligned} R_1(s) &= -\beta_0 e^{-i\pi\alpha_0} \left(\frac{s-4m^2}{s_0} \right)^{\alpha_0} e^{-\frac{1}{2}A} \sqrt{\frac{\pi}{A}} I_{1+\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}A \right) = \\ &= -\beta_0 e^{-i\pi\alpha_0} \left(\frac{s-4m^2}{s_0} \right)^{\alpha_0} e^{-\frac{1}{2}A} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left(\frac{A}{4} \right)^l \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{A}{4} \right)^{2k}}{k! \Gamma(l+k+\frac{3}{2})} \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$\text{mit} \quad A := \alpha'(s-4m^2) \left(\ln \frac{s-4m^2}{s_0} - i\pi \right) \quad . \quad (2.19)$$

Die Besselfunktion $I_1(x)$ hat folgendes asymptotisches Verhalten (s. Anh.A5):

$$I_1(x) \underset{\ell \rightarrow \infty}{\sim} e^{-\ell \ln \ell} \quad , \quad (2.20)$$

so daß der Ausdruck (2.18) die Voraussetzungen des Carlson-Theorems (Ref.30) erfüllt und daher auch die erwünschte analytische Fortsetzung von $R_1(s)$ in die komplexe l-Ebene darstellt:

$$R(l,s) = R_1(s) \quad (\text{s.Gl.2.18}) . \quad (2.21)$$

Wie man sofort sieht, besitzt

$$V(l,s) = \frac{R(l,s)}{1 - R(l,s)} \quad (2.22)$$

dasselbe asymptotische Verhalten in l wie $R(l,s)$, so daß damit auch $V_1(s)$ in die komplexe l -Ebene fortgesetzt ist. Da $V(s,t)$ keine u -Kanal-Singularitäten hat, ist die Einführung von Signaturamplituden hier nicht notwendig.

Wir können jetzt direkt die s -Kanal-Reggetrajektorie $\alpha(s)$ berechnen. Sie ist gegeben durch

$$R(l,s) \Big|_{l=\alpha(s)} = 1 . \quad (2.23)$$

Zunächst wollen wir nachprüfen, ob für $\text{Re } l \rightarrow \infty$ beliebig viele Trajektorien (ancestors) auftreten können, oder ob es eine höchste Trajektorie gibt. Für die Besselfunktion I_1 gilt (Ref.31):

$$I_\ell\left(\frac{1}{2}A\right) \xrightarrow{\ell \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\ell}} \left(\frac{eA}{4\ell}\right)^\ell , \quad (2.24)$$

so daß I_1 und damit R_1 ab $\text{Re } l > L$ exponentiell abfällt, wobei L proportional zu A (also zu α' slns) ist. $R(l,s)=1$ wird also nur bis zu einem maximalen Wert von $\text{Re } l$ zu erfüllen sein, und diese Grenze steigt mit der Energie nicht stärker an als slns. Die Existenz einer höchsten Trajektorie (d.h. die Abwesenheit von ancestors) ergibt sich also ohne weiteres.

Eine grobe numerische Berechnung von $\alpha(s)$ (s.Programm ALPHA im Anh.B1) für mehrere s -Werte zwischen $0,5$ und $2,5 \text{ GeV}^2$ und mit den Parameterwerten

$$\alpha_0 = 0,5 \quad , \quad \alpha' = 1 \text{ GeV}^{-2} \quad , \quad \beta_r = \begin{Bmatrix} 1 \\ 4 \end{Bmatrix} \quad , \quad s_0 = \begin{Bmatrix} 0,5 \\ 2 \end{Bmatrix} \text{ GeV}^2$$

lieferte überraschend gute output-Trajektorien $\text{Re } \alpha(s) \approx \alpha_0 + \alpha' s$ mit $\alpha_0 = 0,1 \dots 0,6$ je nach Wahl von β_r und s_0 und mit $\alpha' \approx 1,2 \text{ GeV}^{-2}$. Die Pole lagen wie erwünscht unterhalb des Schnittes in der s -Ebene auf dem zweiten Blatt. Für $\text{Im } \alpha(s)$ kamen positive und mit s zunehmende Werte der richtigen Größenordnung $0,1 \dots 1,0$ heraus (Bild 7).

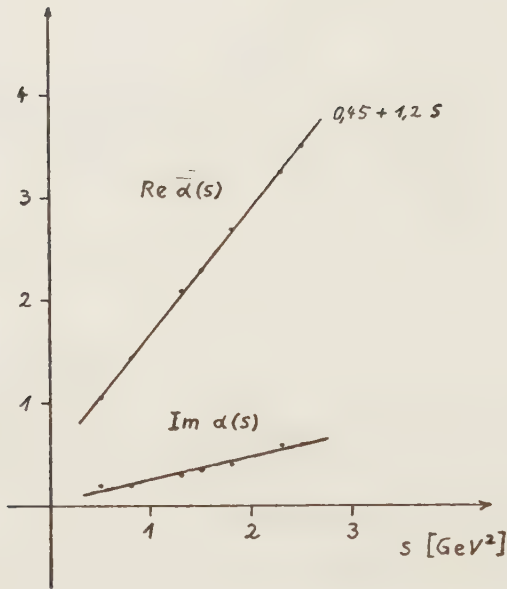


Bild 7: Einige berechnete Punkte der s-Kanal-Trajektorie, die sich aus dem Ansatz (2.17) mit $\alpha(t)=0,5 + t$ und den Parameterwerten $\beta_0=4$ und $s_0=1 \text{ GeV}^2$ ergibt.

Aufgrund dieser guten Eigenschaften im Resonanzbereich können wir den einfachen Ansatz (2.17a) für $R(s,t)$ beibehalten und uns nun dem Hochenergiebereich zuwenden.

3) Hochenergieverhalten

Hier gehen wir am besten von Gleichung (2.10) aus. Bei kleinen Impulsüberträgen, d.h. wenn wir $\left(\frac{t}{s}\right)^2$ gegenüber $\frac{t}{s}$ vernachlässigen können, lassen sich die n-Reggeon-Terme $V^{(n)}(s,t)$ explizit berechnen (s. Anh. A3):

$$V(s,t) = \sum_{n=1}^{\infty} V^{(n)}(s,t) \quad (2.25)$$

$$V^{(n)}(s,t) = \frac{-\beta_0^n}{n(s_0\alpha')^{n-1}} e^{-i\pi\alpha_n(t)} \frac{\left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_n(t)}}{(\ln \frac{s}{s_0} - i\pi)^{n-1}} = \frac{-\beta_0^n \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_n(t)}}{n(s_0\alpha' \ln \frac{s}{s_0})^{n-1}} \quad (2.26)$$

$$\text{mit} \quad \alpha_n(t) = 1 + n(\alpha_0 - 1) + \frac{\alpha'}{n} t \quad (2.27)$$

$V^{(n)}(s,t)$ ist natürlich der Reggeterm; für $n > 1$ beschreibt $\alpha_n(t)$ die Lage des Verzweigungspunkts des n-Reggeon-Schnitts. Da die Steigung $\frac{\alpha'}{n}$ von $\alpha_n(t)$ mit n abnimmt, wird mit wachsendem $|t|$ ein Schnittbeitrag mit immer größerem n dominieren. Das bestätigt die anschauliche Erwartung, daß bei größeren Impulsüberträgen Mehrreggeonaustauschprozesse wichtig werden.

Man kann eine effektive Trajektorie $\alpha_{eff}(t)$ definieren durch (vgl. Ref. 32-34)

$$V(s,t) \underset{s \rightarrow \infty}{\sim} \left(\frac{-s}{s_0}\right)^{\alpha_{eff}(t)} = e^{-i\pi\alpha_{eff}(t)} \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_{eff}(t)} \quad (2.28)$$

Für nicht zu kleine $|t|$ berechnet sich $\alpha_{eff}(t)$ aus

$$0 = \frac{\partial}{\partial n} \alpha_n(t) = \alpha_0 - 1 - \frac{\alpha'}{n^2} t$$

$$\bar{n} = \sqrt{\frac{-\alpha' t}{1 - \alpha_0}}$$

$$\alpha_{eff}(t) = \alpha_{\bar{n}}(t) = 1 - 2\sqrt{1 - \alpha_0} \sqrt{-\alpha' t} \quad (2.29a)$$

In dem t-Bereich, wo $\alpha_{\bar{n}}(t) > \alpha_1(t)$ wird, gilt statt (2.29a) natürlich

$$\alpha_{eff}(t) = \alpha_1(t) \quad (2.29b)$$

Bild 8 zeigt $\alpha_{eff}(t)$ als Einhüllende der Trajektorien $\alpha_n(t)$ für den Fall $\alpha_0 = 0,5$ und $\alpha' = 1 \text{ GeV}^{-2}$. Interessanterweise scheint zwischen diesem $\sqrt{-t}$ -Verhalten der effektiven Trajektorie und der Aussage (1.21) des dual absorptive models

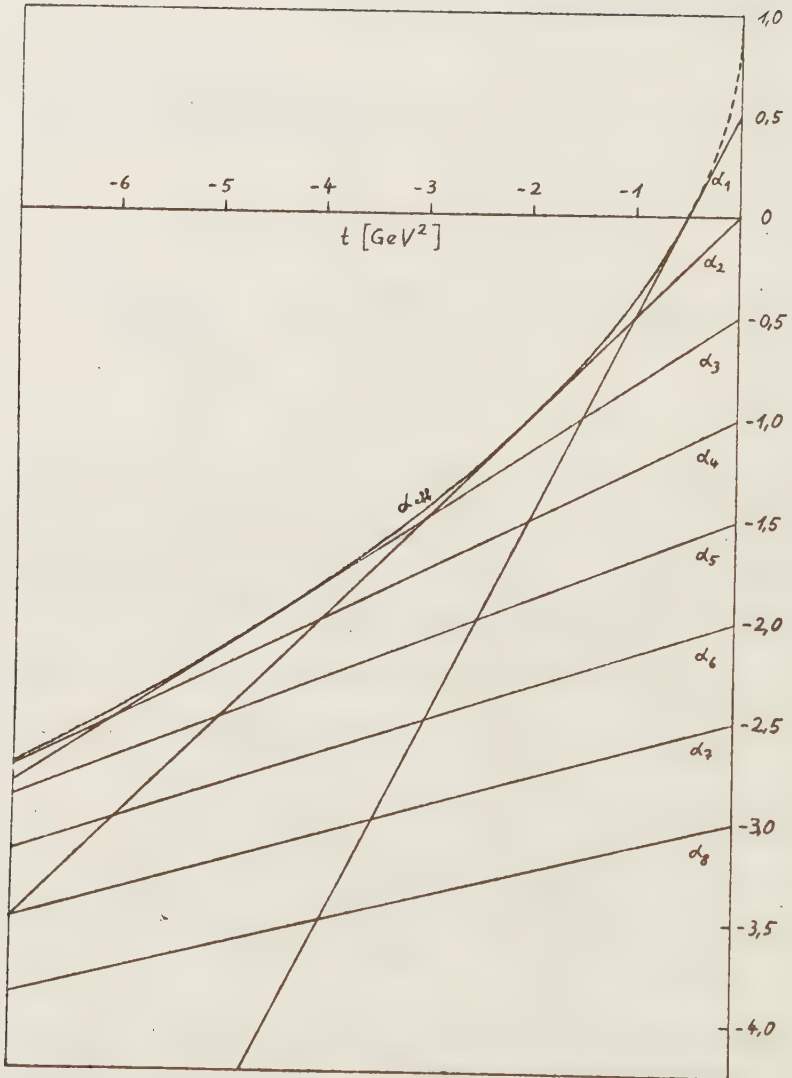


Bild 8: Die Trajektorien $\alpha_n(t)$ und deren Einhüllende $\alpha_{eff}(t)$ für $\alpha_0=0,5$ und $\alpha'=1 \text{ GeV}^{-2}$.

$$\text{Im } A_R(s, t) \propto J_{\Delta\lambda}(r\sqrt{-t}) \quad , \quad r \approx 1 \text{ Fermi} \quad (2.30)$$

ein Zusammenhang zu bestehen. Aus (2.28) folgt nämlich

$$\text{Im } V(s, t) \propto \sin(\pi \alpha_{\text{eff}}(t)) \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\alpha_{\text{eff}}(t)} \quad , \quad (2.31)$$

so daß die Nullstellen von $\text{Im } V(s, t)$ für $t < 0$ durch $\alpha_{\text{eff}}(t) = 0, -1, -2, \dots$ gegeben sind. Bei Helizitäts-Flip-Amplituden mit $\Delta\lambda = 1$ erhält man mit den Parametern der rho-Trajektorie aus Gl. (2.31) ziemlich gut die Nullstellen der Besselfunktion $J_1(r\sqrt{-t})$ mit $r \approx 1$ Fermi (die erste Nullstelle bei $t=0$ wird dabei von einem kinematischen Faktor $\sqrt{-t}$ erzeugt):

	Nullst. von $\sqrt{-t} \sin(\pi \alpha_{\text{eff}}(t))$ mit $\alpha_0 = 0,5$ und $\alpha' = 0,9 \text{ GeV}^2$	Nullst. v. $J_1(r\sqrt{-t})$ mit r = 1 Fm r = 1,01 Fm	
$\sqrt{-t}_1$	0	0	0
$\sqrt{-t}_2$	0,745 GeV	0,755 GeV	0,747 GeV
$\sqrt{-t}_3$	1,49 GeV	1,38 GeV	1,37 GeV

Für Nicht-Flip-Amplituden hat man ebenfalls eine solche Übereinstimmung, wenn man bei der Berechnung von α_{eff} zusätzlich noch Reggeon-Pomeron-Schnitte berücksichtigt. Mit diesen Phänomenen hat sich vor allem Vasavada (Ref.32-34) eingehend beschäftigt. Damit können wir jetzt sicher sein, daß der Ansatz (2.17) auch im Hochenergiebereich eine Amplitude mit den Eigenschaften des dual absorptive models liefern wird.

Für die spätere Anwendung auf verschiedene Amplituden (z.B. (2.8)) müssen wir auch das Hochenergieverhalten von $V(s, u)$ und $V(u, t)$ kennen. Nach Anhang A3 verschwindet $V(s, u)$ exponentiell

$$V(s, u) \underset{s \rightarrow \infty}{\sim} e^{-s \ln(s)} \quad (2.32)$$

so daß wir diese Funktion bei hohen Energien vernachlässigen können. Wegen $u \approx -s$ für $|t| \ll s$ sollte analog zu (2.25)...(2.27) gelten:

$$V(u, t) \approx V(-s, t) \approx \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-\beta_0^n}{n(\alpha_0 \alpha')^{n-1}} \frac{\left(\frac{s}{s_0} \right)^{\alpha_n(t)}}{(\ln \frac{s}{s_0})^{n-1}} \quad (s \text{ groß}). \quad (2.33)$$

Um dies zu verifizieren, müssen wir allerdings Annahmen

über das Verhalten von $\beta(t)$ für $|t| \rightarrow \infty$ machen. Die Näherung im Ansatz (2.17a)

$$\beta(t) \approx \beta_0 \quad \text{für alle } t \neq 0$$

führt nämlich auf eine exponentielle Divergenz von $(R \star R)(-s, t)$ für $s \rightarrow \infty$ (s. Anh. A3). Wegen

$$I_\ell(x) \underset{x \rightarrow -\infty}{\sim} e^{-x} \quad (2.34)$$

(Ref.31) hat auch $R_1(s)$ in (2.18) die Eigenschaft

$$R_1(s) \underset{s \rightarrow -\infty}{\sim} e^{-s \ln(-s)} \quad (2.35)$$

Dies rührt alles daher, daß schon $R(s, z)$ dieses Verhalten aufweist:

$$\begin{aligned} R(s, z) &\equiv R(s, t=(s-4m^2)\frac{z-1}{2}) = -\beta(s-4m^2)\frac{z-1}{2} \left(\frac{4m^2-s}{s_0} \right)^{\alpha_0-\alpha'(s-4m^2)\frac{1-z}{2}} \\ &\xrightarrow{|s| \rightarrow \infty} -\beta(-s\frac{1-z}{2}) \left(\frac{-s}{s_0} \right)^{\alpha_0-\alpha's\frac{1-z}{2}} \end{aligned}$$

also

$$\begin{aligned} R(s, z) &\underset{s \rightarrow -\infty}{\sim} \beta(-s\frac{1-z}{2}) e^{-s \ln(-s) \alpha' \frac{1-z}{2}} \\ &\quad \left(\frac{1-z}{2} > 0 \text{ für } -1 < z < 1 \right) \end{aligned} \quad (2.36)$$

Die Funktion $\beta(t)$ muß also für $t \rightarrow \infty$ genügend schnell gegen null gehen, z.B. *)

$$\beta(t) \underset{|t| \rightarrow \infty}{\sim} e^{-\alpha'|t| \ln \frac{|t|}{s_0}} \quad (2.37)$$

Aus der Form (2.12) des Unitaritätsintegrals sieht man, daß eine Divergenz von $V(s, z)$ für $|s| \rightarrow \infty$ nur auftreten kann, wenn $R(s, z)$ selbst divergiert. Bei Gültigkeit der Forderung (2.37) wächst also $R(s, z)$ und damit $V(s, z)$ für $s \rightarrow -\infty$ nicht mehr exponentiell an, so daß wir das asymptotische Verhalten (2.26) von $V^{(m)}(s, t)$ auch für $s \rightarrow -\infty$ zugrunde legen können (Gl. 2.33).

*) Zufällig würde die wegen der t -Kanal-Pole in $\beta(t)$ enthaltene Gammafunktion (2.14) gerade für ein solches Verhalten für $t \rightarrow \infty$ sorgen; man müßte dann aber ein Anwachsen für $t \rightarrow -\infty$ vermeiden.

An den bisherigen Ergebnissen würde sich durch (2.37) nichts ändern, denn in den Unitaritätsintegralen zur Berechnung der n-Reggeon-Schnitte geht wegen des exponentiellen Abfalls der Reggeterme nur der Bereich kleiner t-Werte ein, innerhalb dessen die Näherung $\beta(t) \approx \beta_0$ immer noch gemacht werden kann. Andererseits dürfen wir diese Schnittbeiträge dann nicht nach $s \rightarrow -\infty$ analytisch fortsetzen, da wir zu diesem Zwecke unsere Berechnungen mit der exakten analytischen Funktion $\beta(t)$ hätten durchführen müssen.

Natürlich wäre es wünschenswert, eine analytische Funktion $\beta(t)$ bzw. $R(s, t)$ zu finden, die alle diese Eigenschaften besitzt; aber wahrscheinlich könnte man dann die n-Reggeon-Schnitte nicht explizit berechnen. Trivialerweise existiert eine solche Funktion, denn ihre Partialwellenprojektion ist gegeben durch die Umkehrung von Gl.(2.17b):

$$R_1(s) = \frac{V_1(s)}{1 + V_1(s)} \quad . \quad (2.38)$$

Zusammenfassend können wir jetzt z.B. für die symmetrische Amplitude (2.8) das folgende Hochenergieverhalten angeben:

$$\begin{aligned} A_R(s, t) \underset{s \text{ groß}}{\approx} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-\beta_0 \bar{n}}{\bar{n}(s_0 \alpha')^{\bar{n}-1}} \left[\frac{e^{-i\pi \alpha_n(t)}}{(\ln \frac{s}{s_0} - i\pi)^{\bar{n}-1}} + \frac{1}{(\ln \frac{s}{s_0})^{\bar{n}-1}} \right] \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\alpha_n(t)} \approx \\ \approx \frac{-\beta_0 \bar{n}}{\bar{n}(s_0 \alpha')^{\bar{n}-1}} \left[1 + e^{-i\pi \alpha_{\text{eff}}(t)} \right] \frac{\left(\frac{s}{s_0} \right)^{\alpha_{\text{eff}}(t)}}{(\ln \frac{s}{s_0})^{\bar{n}-1}} \end{aligned} \quad (2.39)$$

mit

$$\bar{n} = \sqrt{\frac{-\alpha' t}{1 - \alpha_0}} \quad , \quad -t \gtrsim 1 \text{ GeV}^2$$

$$\bar{n} = 1 \quad , \quad -t \lesssim 1 \text{ GeV}^2$$

$$\alpha_{\text{eff}}(t) = \alpha'_n(t) = 1 - 2\sqrt{1 - \alpha_0} \sqrt{-\alpha' t}$$

Für die Anwendung des Modells auf Streuprozesse bei hohen Energien müssen wir uns natürlich auch mit dem diffraktiven Anteil der Amplitude und den Reggeon-Pomeron-Schnitten beschäftigen. Dies soll im nächsten Abschnitt geschehen.

4) Einbeziehung des Pomerons

Der einfachste der üblichen phänomenologischen Ansätze für den diffraktiven Anteil einer Amplitude lautet

$$P(s,t) = i s \sigma e^{ct} \quad (2.40)$$

Wenn man dabei das Pomeron als Reggetrajektorie auffaßt, so hat diese den Achsenabschnitt 1 und die Steigung $\alpha'=0$. Bei einer Iteration des Pomerons (2.40) wie wir das bisher mit dem Reggeterm gemacht haben (s.(2.1)), erhält man lediglich eine neue t-Abhängigkeit, so daß es konsequent ist, den phänomenologischen Ausdruck (2.40) schon als Ergebnis einer solchen Iteration und das Pomeron nicht als Reggetrajektorie sondern als eine Ansammlung von Reggeschnitten aufzufassen.

Wir führen also zusätzlich nur den diffraktiven Anteil selbst und Schnitte von n Reggeonen mit einem Pomeron ein:

$$\begin{array}{c} \diagup \\ \diagdown \end{array} \bigcirc = \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} + \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} + \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} + \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} + \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} + \dots \quad (2.41)$$

$$A(s,t) \quad P(s,t) \quad R(s,t) \quad R*P \quad R*R \quad R*R*P$$

In Absorptionsmodellen geschieht dies üblicherweise durch Multiplikation der Partialwellen-S-Matrizen, die mit den Amplituden auf folgende Weise zusammenhängen:

$$\begin{aligned} S_1 &= 1 + 2i\vartheta A_1 & (\vartheta = \sqrt{\frac{s-4m^2}{s}}) \\ S_1^R &= 1 + 2i\vartheta A_1^R \\ S_1^P &= 1 + 2i\vartheta A_1^P, \quad A_1^P = P_1 \end{aligned} \quad (2.42)$$

Wir setzen also an

$$S_1 = S_1^P S_1^R, \quad (2.43)$$

was äquivalent ist mit

$$A_1 = P_1 + A_1^R (1 + 2i\vartheta P_1) \quad (2.44)$$

oder im speziellen Fall $A_R(s,t)=gV(s,t)$:

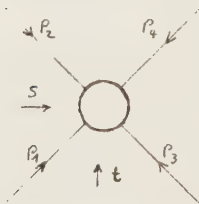
$$A(s,t) = P(s,t) + gV(s,t) + 2i\vartheta(V*P)(s,t) =: P(s,t) + \tilde{V}(s,t) \quad (2.45)$$

Mit $\tilde{V}(s,t)$ sei also das Ergebnis der Absorption von $V(s,t)$ durch das Pomeron bezeichnet. Diese Absorption hat keine qualitativen Änderungen der besprochenen Eigenschaften von $V(s,t)$ zur Folge; insbesondere wird die s -Kanal-Polstruktur davon nicht berührt. Eine quantitative Untersuchung des Einflusses der Reggeon-Pomeron-Schnitte im Hochenergiebereich werden wir im Zusammenhang mit den numerischen Berechnungen bei der Anwendung des Modells auf die Pion-Pion-Streuung durchführen.

III. Anwendung des Modells auf die Pion-Pion-Streuung

1) Allgemeiner Formalismus (nach Ref.35)

a) Zur Kinematik:



Wie üblich betrachten wir die Amplitude als Funktion der Mandelstam-Variablen

$$\begin{aligned} s &= (p_1 + p_2)^2 \\ t &= (p_1 + p_3)^2 \\ u &= (p_1 + p_4)^2 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Bild 9: Der Streu-
prozeß $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$.

Nur zwei davon sind unabhängig, denn es gilt
 $s + t + u = 4m^2$ (m = Pionmasse). (3.2)

Wir können s , t und u z.B. durch Impuls und Streuwinkel im s -Kanal-Schwerpunktsystem ausdrücken:

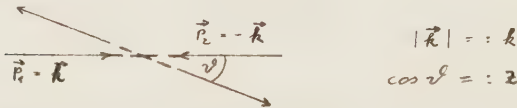


Bild 10: Schwerpunktsystem

$$\begin{aligned} s &= 4k^2 + 4m^2 \\ t &= -2k^2(1-z) = -(s-4m^2) \frac{1-z}{2} \\ u &= -2k^2(1+z) = -(s-4m^2) \frac{1+z}{2} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Daraus folgt

$$z = 1 + \frac{2t}{s-4m^2} = -1 - \frac{2u}{s-4m^2} = \frac{t-u}{s-4m^2} \quad (3.4)$$

Der physikalische s -Kanal ist definiert durch

$$\begin{aligned} k &\geq 0 \\ -1 &\leq z \leq 1 \end{aligned} \quad (3.5)$$

die Mandelstam-Variablen liegen dann in den Bereichen

$$\begin{aligned} 4m^2 &\leq s \\ 4m^2 - s &\leq t \leq 0 \\ 4m^2 - s &\leq u \leq 0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

Wegen der Symmetrie des Prozesses gilt Entsprechendes für den t- und u-Kanal.

b) Isospin und Crossing:

Da die starken Wechselwirkungen invariant gegenüber Drehungen im Isospinraum sind, lassen sich die $\pi\pi$ -Streuprozesse durch die drei Amplituden $A^{I=0}$, $A^{I=1}$ und $A^{I=2}$ zum Gesamtisospin I ausdrücken:

$$\left. \begin{aligned} A(\pi^+\pi^+ \rightarrow \pi^+\pi^+) &= A(\pi^-\pi^- \rightarrow \pi^-\pi^-) = A^2 \\ A(\pi^+\pi^0 \rightarrow \pi^+\pi^0) &= A(\pi^-\pi^0 \rightarrow \pi^-\pi^0) = \frac{1}{2}(A^2 + A^1) \\ A(\pi^+\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^+) &= A(\pi^-\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^-) = \frac{1}{2}(A^2 - A^1) \\ A(\pi^0\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0) &= \frac{1}{3}(2A^2 + A^0) \\ A(\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-) &= \frac{1}{6}(A^2 + 3A^1 + 2A^0) \\ A(\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^-\pi^+) &= \frac{1}{6}(A^2 - 3A^1 + 2A^0) \\ A(\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^0\pi^0) &= \frac{1}{3}(A^2 - A^0) \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

Die st- und su-Crossingsymmetrie der $\pi\pi$ -Streuung reduziert die Anzahl der unabhängigen Amplituden auf eine einzige. Wenn wir z.B. $A(\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-) = F(s,t)$ setzen, so erhalten wir mittels der Crossing-Relationen (siehe z.B. Ref.24):

$$\left. \begin{aligned} A^{I=2}(s,t) &= F(u,t) \\ A^{I=1}(s,t) &= F(s,t) - F(s,u) \\ A^{I=0}(s,t) &= \frac{3}{2}(F(s,t) + F(s,u)) - \frac{1}{2}F(u,t) \end{aligned} \right\} \quad (3.8a)$$

wobei $F(s,t)$ eine symmetrische Funktion ist:

$$F(s,t) = F(t,s) \quad (3.8b)$$

Der Vollständigkeit halber wollen wir auch die anderen Amplituden durch $F(s,t)$ ausdrücken:

$$\left. \begin{aligned} A(\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-) &= F(s,t) \\ A(\pi^+\pi^0 \rightarrow \pi^+\pi^0) &= \frac{1}{2}(F(s,t) + F(u,t) - F(s,u)) \\ A(\pi^0\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0) &= \frac{1}{2}(F(s,t) + F(u,t) + F(s,u)) \\ A(\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^0\pi^0) &= \frac{1}{2}(F(u,t) - F(s,t) - F(s,u)) \\ A(\pi^+\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^+) &= \frac{1}{2}(F(s,u) + F(u,t) - F(s,t)) \\ A(\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^-\pi^+) &= F(s,u) \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

c) Normierung und Wirkungsquerschnitte:

Wir wollen die Isospinamplituden so normieren, daß die elastische Unitaritätsbedingung lautet *)

$$\text{Im } A_1^I(s) = \sqrt{\frac{s-4m^2}{s}} \left| A_1^I(s) \right|^2, \quad 4m^2 \leq s < 16m^2 \quad (3.10)$$

Die differentiellen Wirkungsquerschnitte sind dann gegeben durch (vgl. Ref.35):

$$\frac{d\sigma^I}{dt} = \frac{64\pi}{s(s-4m^2)} \left| A^I(s,t) \right|^2 \quad (3.11)$$

Für die elastischen Wirkungsquerschnitte erhalten wir

$$\sigma_{el}^I = \frac{1}{2} \int d\Omega \frac{d\sigma^I}{d\Omega} = \frac{32\pi}{s} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) \left| A_1^I(s) \right|^2 \quad (3.12)$$

wobei der Faktor $\frac{1}{2}$ deshalb auftritt, weil sich im Endzustand zwei gleiche Teilchen befinden. Über das Optische Theorem lassen sich die totalen Wirkungsquerschnitte berechnen:

$$\sigma_T(s) = \frac{32\pi}{\sqrt{s(s-4m^2)}} \text{Im } A^I(s,t=0) \quad (3.13)$$

2) Amplituden und Wirkungsquerschnitte im Resonanz- und Hochenergiebereich

Der Isospin-2-Kanal in der $\pi\pi$ -Streuung hat die Gesamtladung $Q=2$ und ist deshalb exotisch, d.h. in ihm treten keine Resonanzen auf. Da nun unsere Modellamplitude $V(s,t)$ keine u-Kanal- bzw. $V(u,t)$ keine s-Kanal-Resonanzen enthält, liegt es nahe, die Funktion $F(s,t)$ aus (3.8) mit $V(s,t)$ in Verbindung zu bringen. Dabei wollen wir zunächst wieder vom Pomeron absehen, da dieses im Niederenergiebereich keine große Rolle spielt, und setzen also an

$$A(\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-) \equiv F(s,t) \propto V(s,t) \quad (3.14)$$

*) Definition der Partialwellenamplituden: $A_\ell(s) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 dz A(s,z) P_\ell(z)$.

mit

$$V_1(s) = \frac{R_1(s)}{1 - R_1(s)} \quad (3.15)$$

und

$$R(s, t) = -\beta_0 \left(\frac{4m_\pi^2 - s}{s_0} \right)^{\alpha_0 + \alpha' t} \quad (t \leq 0) \quad (3.16)$$

Die wesentlichen Reggebeiträge zur Pion-Pion-Streuung sind die rho- und f-Trajektorie; mit dem obigen Ansatz implizieren wir schon eine Austauschentartung dieser beiden Trajektorien:

$$\alpha_\rho(t) = \alpha_f(t) \equiv \alpha(t) = \alpha_0 + \alpha' t \quad (3.17)$$

Für sämtliche Berechnungen legen wir Achsenabschnitt und Steigung auf folgende Werte fest:

$$\alpha_0 = 0,5 \quad , \quad \alpha' = 0,9 \text{ GeV}^{-2} \quad (3.18)$$

Nach (3.14) und (3.12) ist der elastische $\pi^+\pi^-$ -Wirkungsquerschnitt proportional zu

$$\frac{32\pi}{s} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) |V_\ell(s)|^2 \quad (3.19)$$

Die Bilder 11-13 zeigen das Ergebnis der Berechnung dieser Größe für verschiedene Werte der beiden freien Parameter β_0 und s_0 . Die rho-, f- und g-Resonanzpeaks sind deutlich zu sehen. Am besten stimmt die zu den Werten

$$\beta_0 = 4 \quad , \quad s_0 = 1 \text{ GeV}^2 \quad (3.20)$$

gehörende Resonanzstruktur mit den experimentellen Daten (Bild 15) überein, so daß wir diese Parameterwerte beibehalten werden.

In Bild 14 ist die Zerlegung des elastischen $\pi^+\pi^-$ -Wirkungsquerschnitts in seine Drehimpulsanteile dargestellt, womit bewiesen wird, daß die auftretenden Resonanzen auch den richtigen Spin besitzen. Falls der Peak bei 0,4 GeV im l=0-Anteil eine Resonanz darstellt, müßte diese auf einer Tochtertrajektorie liegen; aber bei so kleinen Energien ist das Modell natürlich relativ unzuverlässig. Hier ist auch die elastische Unitaritätsbedingung verletzt, da diese einen viel komplizierteren Ansatz für den Reggeterm (K-Matrix-Form von $R_1(s)$) erfordern würde.

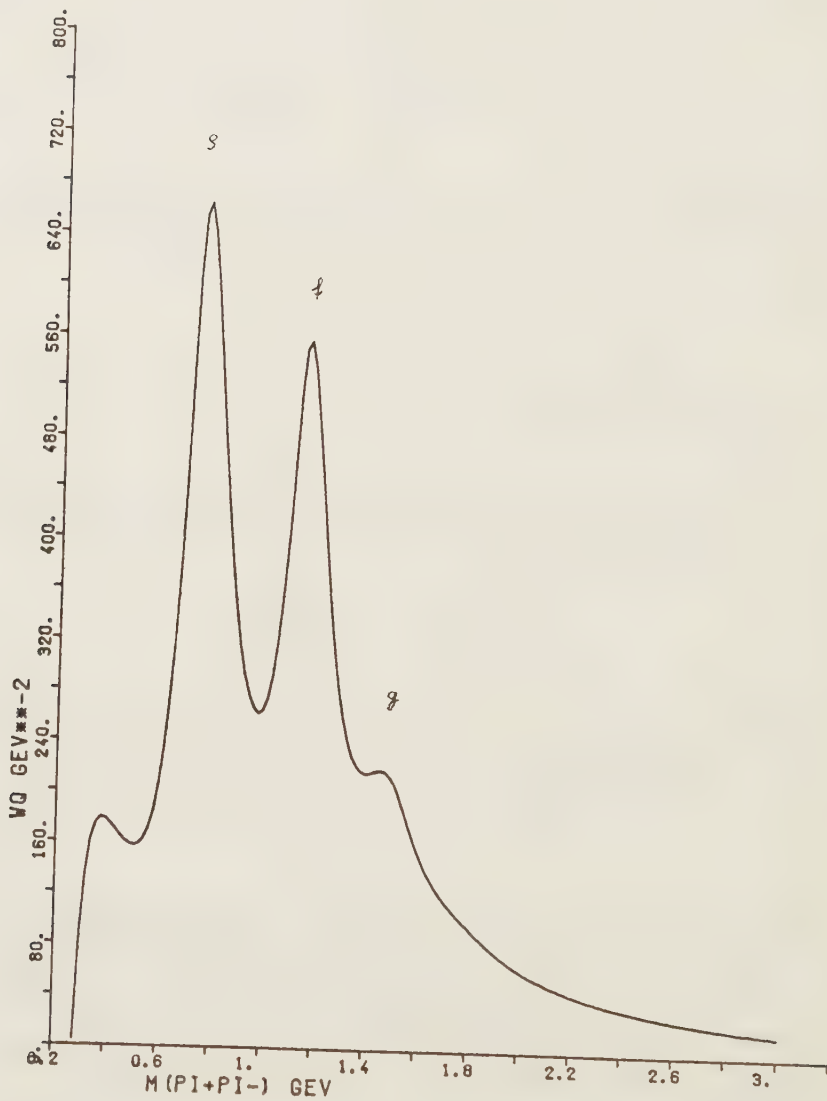


Bild 11: Unnormierter elast. $\pi^+\pi^-$ -Wirkungsquerschnitt für die Parameterwerte $\beta_0=4$ und $s_0=1 \text{ GeV}^2$.

mit

$$V_1(s) = \frac{R_1(s)}{1 - R_1(s)} \quad (3.15)$$

und

$$R(s,t) = -\beta_0 \left(\frac{4m^2 - s}{s_0} \right)^{\alpha_0 + \alpha' t} \quad (t \leq 0) \quad (3.16)$$

Die wesentlichen Reggebeiträge zur Pion-Pion-Streuung sind die rho- und f-Trajektorie; mit dem obigen Ansatz implizieren wir schon eine Austauschentartung dieser beiden Trajektorien:

$$\alpha_\rho(t) = \alpha_f(t) \equiv \alpha(t) = \alpha_0 + \alpha' t \quad (3.17)$$

Für sämtliche Berechnungen legen wir Achsenabschnitt und Steigung auf folgende Werte fest:

$$\alpha_0 = 0,5 \quad , \quad \alpha' = 0,9 \text{ GeV}^{-2} \quad (3.18)$$

Nach (3.14) und (3.12) ist der elastische $\pi^+\pi^-$ -Wirkungsquerschnitt proportional zu

$$\frac{32\pi}{s} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) |V_1(s)|^2 \quad (3.19)$$

Die Bilder 11-13 zeigen das Ergebnis der Berechnung dieser Größe für verschiedene Werte der beiden freien Parameter β_0 und s_0 . Die rho-, f- und g-Resonanzpeaks sind deutlich zu sehen. Am besten stimmt die zu den Werten

$$\beta_0 = 4 \quad , \quad s_0 = 1 \text{ GeV}^2 \quad (3.20)$$

gehörende Resonanzstruktur mit den experimentellen Daten (Bild 15) überein, so daß wir diese Parameterwerte beibehalten werden.

In Bild 14 ist die Zerlegung des elastischen $\pi^+\pi^-$ -Wirkungsquerschnitts in seine Drehimpulsanteile dargestellt, womit bewiesen wird, daß die auftretenden Resonanzen auch den richtigen Spin besitzen. Falls der Peak bei 0,4 GeV im $l=0$ -Anteil eine Resonanz darstellt, müßte diese auf einer Tochtertrajektorie liegen; aber bei so kleinen Energien ist das Modell natürlich relativ unzuverlässig. Hier ist auch die elastische Unitaritätsbedingung verletzt, da diese einen viel komplizierteren Ansatz für den Reggeterm (K-Matrix-Form von $R_1(s)$) erfordern würde.

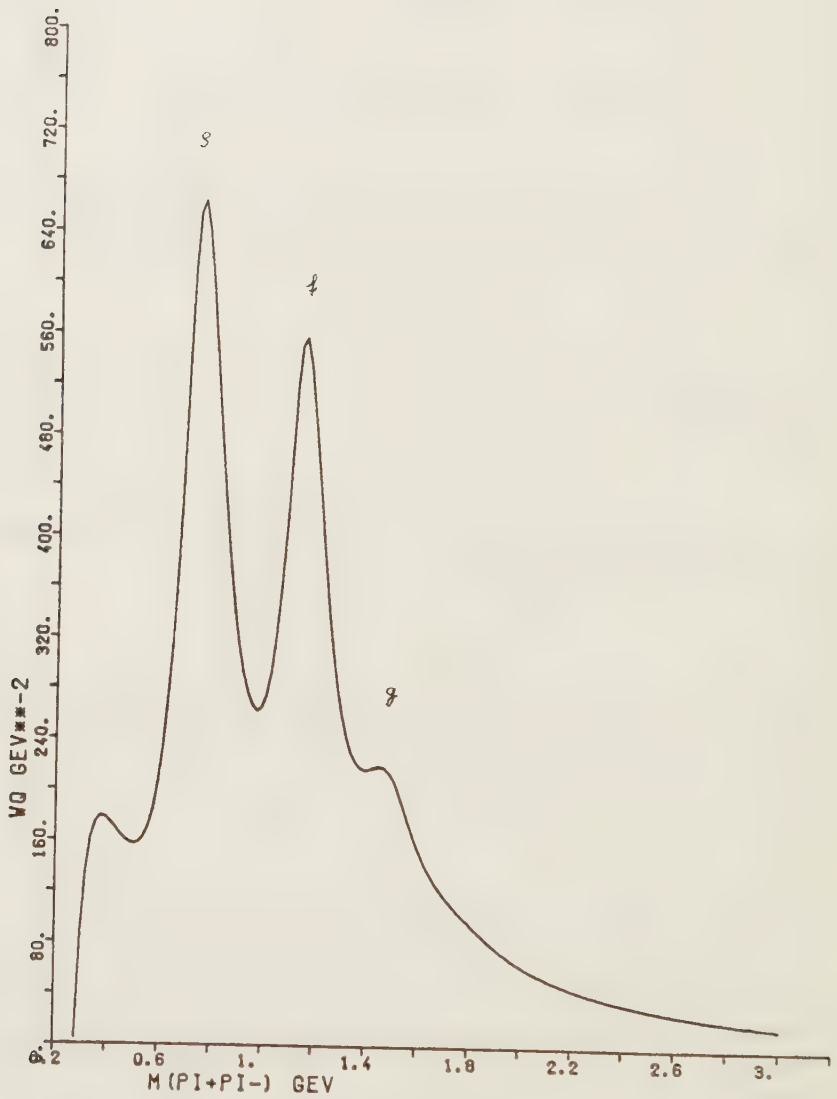


Bild 11: Unnormierter elast. $\pi^+\pi^-$ -Wirkungsquerschnitt für die Parameterwerte $\beta_0=4$ und $s_0=1 \text{ GeV}^2$.

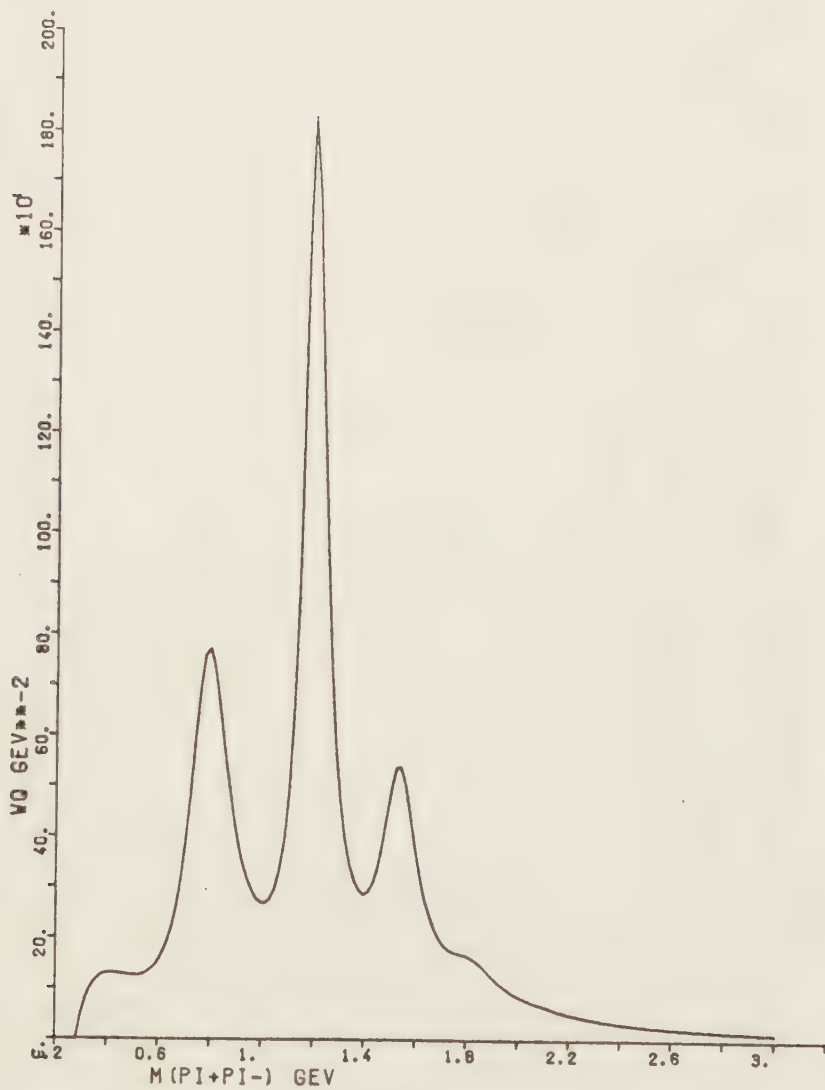


Bild 12: Unnormierter elast. $\pi^+\pi^-$ -Wirkungsquerschnitt
für die Parameterwerte $\beta_0=4$ und $s_0=2 \text{ GeV}^2$.

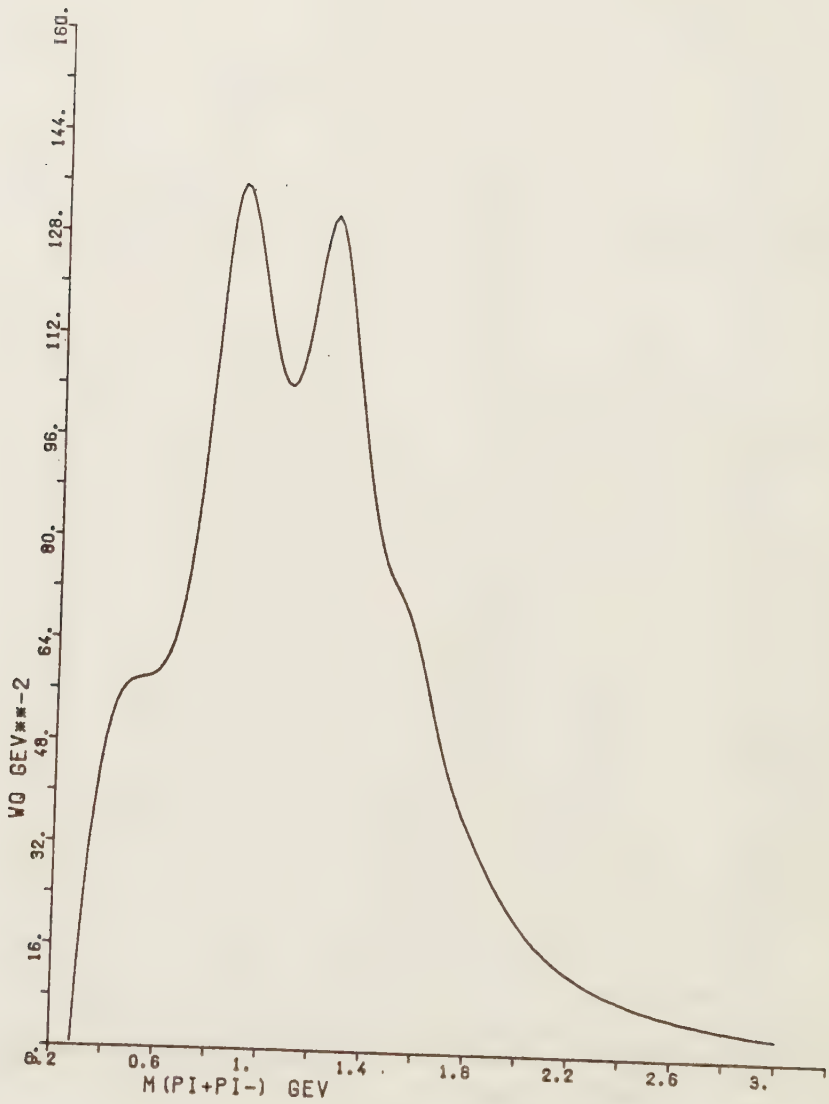


Bild 13: Unnormierter elast. $\pi^+\pi^-$ -Wirkungsquerschnitt für die Parameterwerte $\beta_0=2$ und $s_0=2 \text{ GeV}^2$.

DREHPULSZERLEGUNG DES $\pi^+\pi^+$ - ELAST WQ
 $(\beta_0 = 4, s_0 = 1 \text{ GeV}^2)$



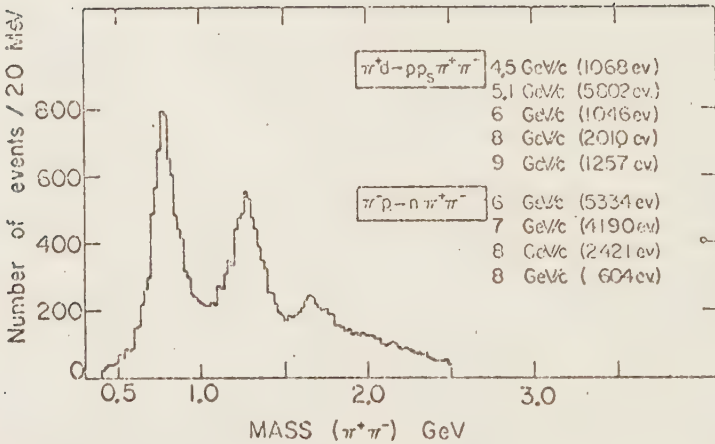


Bild 15: Distribution in the $\pi^+\pi^-$ mass spectrum for the experiments indicated on the figure. (Aus Ref. 24)

Nachdem nun β_0 und s_0 so festgelegt sind, daß eine vernünftige Resonanzstruktur herauskommt, vervollständigen wir den Ansatz (3.14), indem wir das Pomeron und Reggeon-Pomeron-Schnitte einführen, wie das am Ende des vorigen Kapitels behandelt wurde:

$$P(s,t) = i s \sigma e^{ct} \quad (3.21)$$

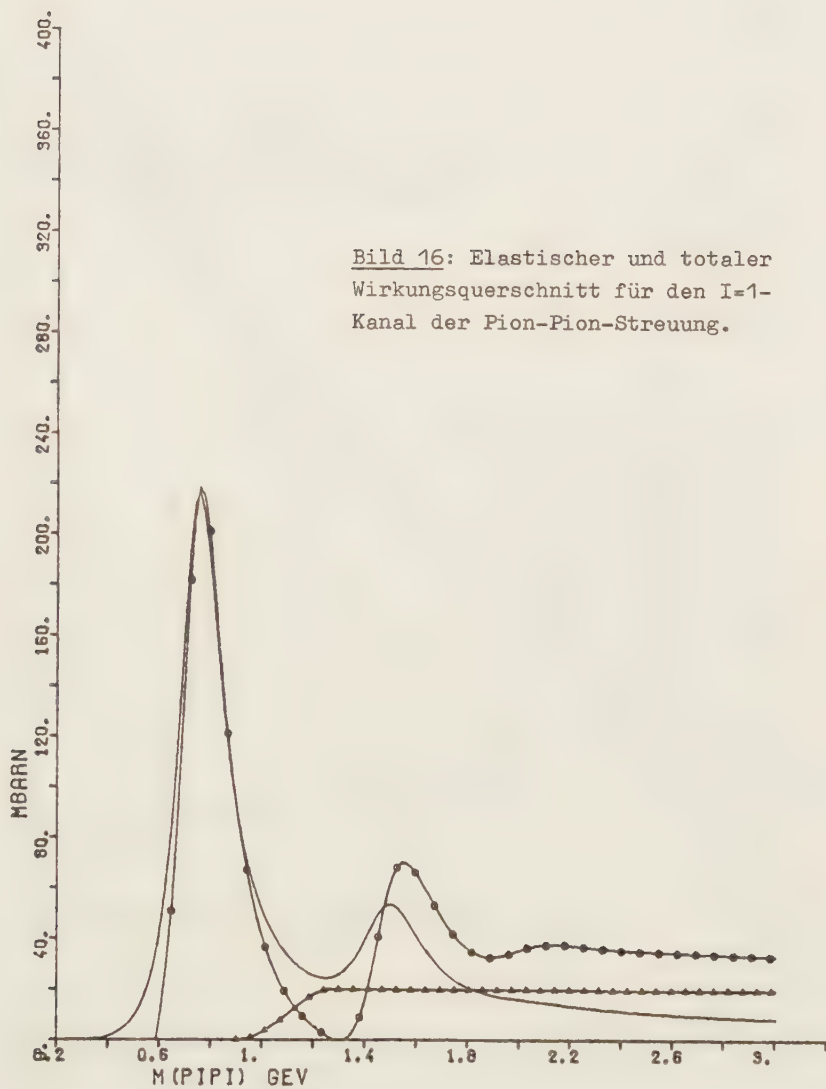
$$\tilde{V}_1(s) := g V_1(s) (1 + 2i \zeta(s) P_1(s)) \quad (3.22)$$

$$A(\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-) \equiv F(s,t) = P(s,t) + \tilde{V}(s,t) \quad (3.23)$$

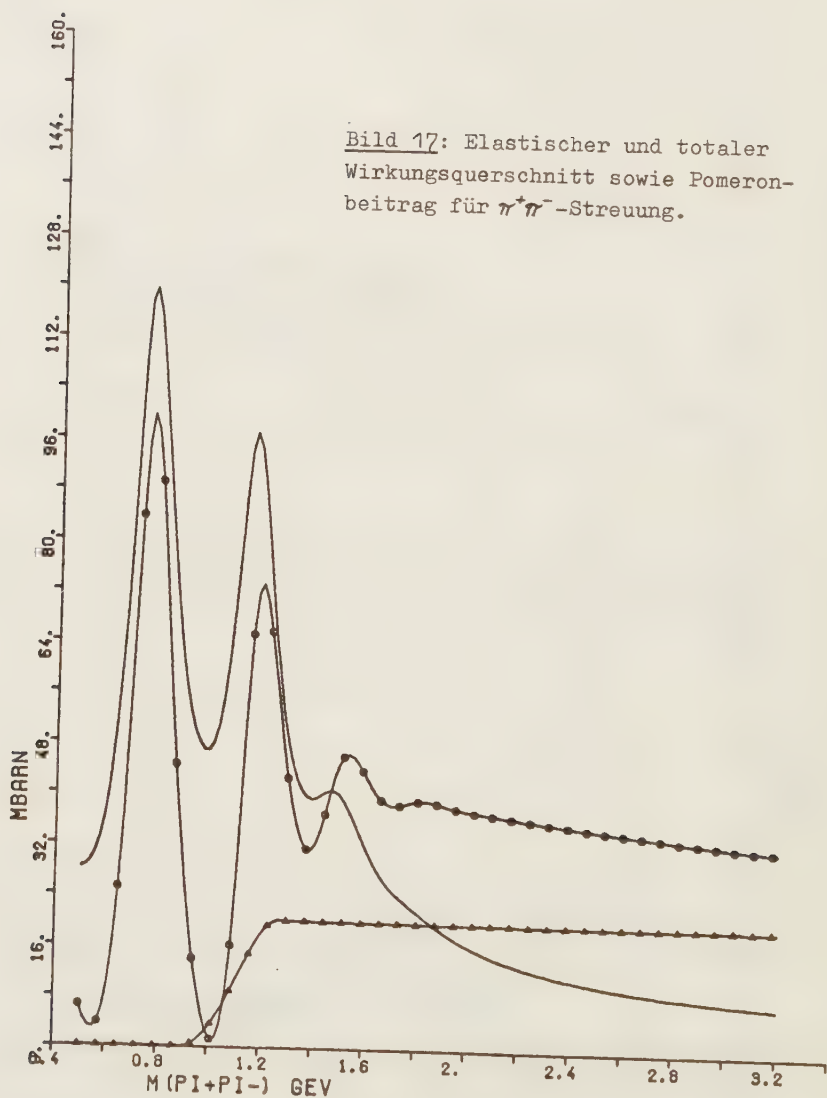
Die Konstante g werden wir über die elastische Unitaritätsbedingung bestimmen, während wir die beiden Parameter σ und c im Pomeronansatz willkürlich festlegen müssen. In Anlehnung an die Verhältnisse bei anderen Streuprozessen wählen wir

$$\sigma = 0,5 \text{ GeV}^{-2}, \quad c = 3 \text{ GeV}^{-2} \text{ (vgl. Ref. 36)}. \quad (3.24)$$

Der Wert für σ entspricht einem asymptotischen totalen $\pi\pi$ -Wirkungsquerschnitt von ca. 20 mbarn. Da das Pomeron ein Hochenergiephänomen ist, lassen wir σ im Bereich zwischen $s=0,8$ und $s=1,6 \text{ GeV}^2$ kontinuierlich auf null abfallen. In Bild 16 ist dieser Verlauf aufgetragen zusammen mit dem elastischen und dem über das



○ TOTALER WQ
 ▲ DIFFR. ANTEIL AM TOT. WQ.



○ TOTALER WQ.
 ▲ DIFFR. ANTEIL AM TOT. WQ.

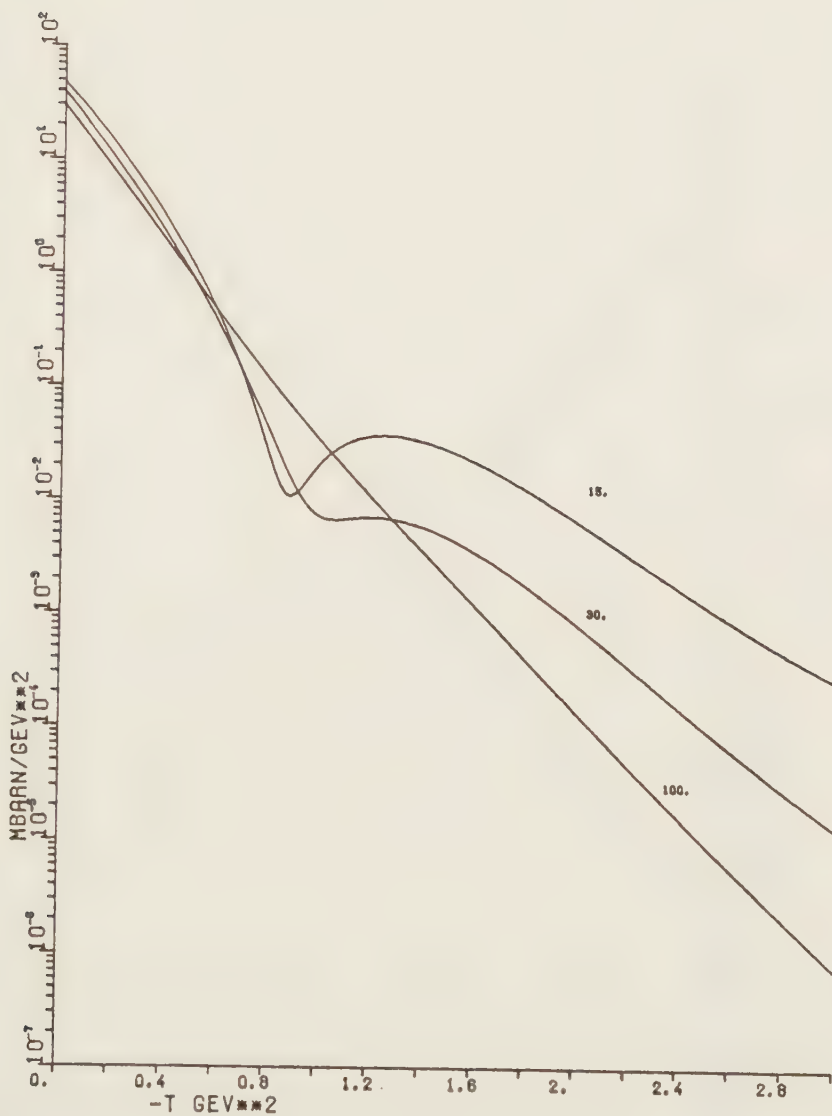


Bild 24: Differentieller Wirkungsquerschnitt für $\pi^+\pi^-$ -Streuung bei $s=15, 30$ und 100 GeV^2 .



Bild 25: Differentieller Wirkungsquerschnitt für $\pi^0\pi^0$ -Streuung bei $s=15, 30$ und 100 GeV^2 .

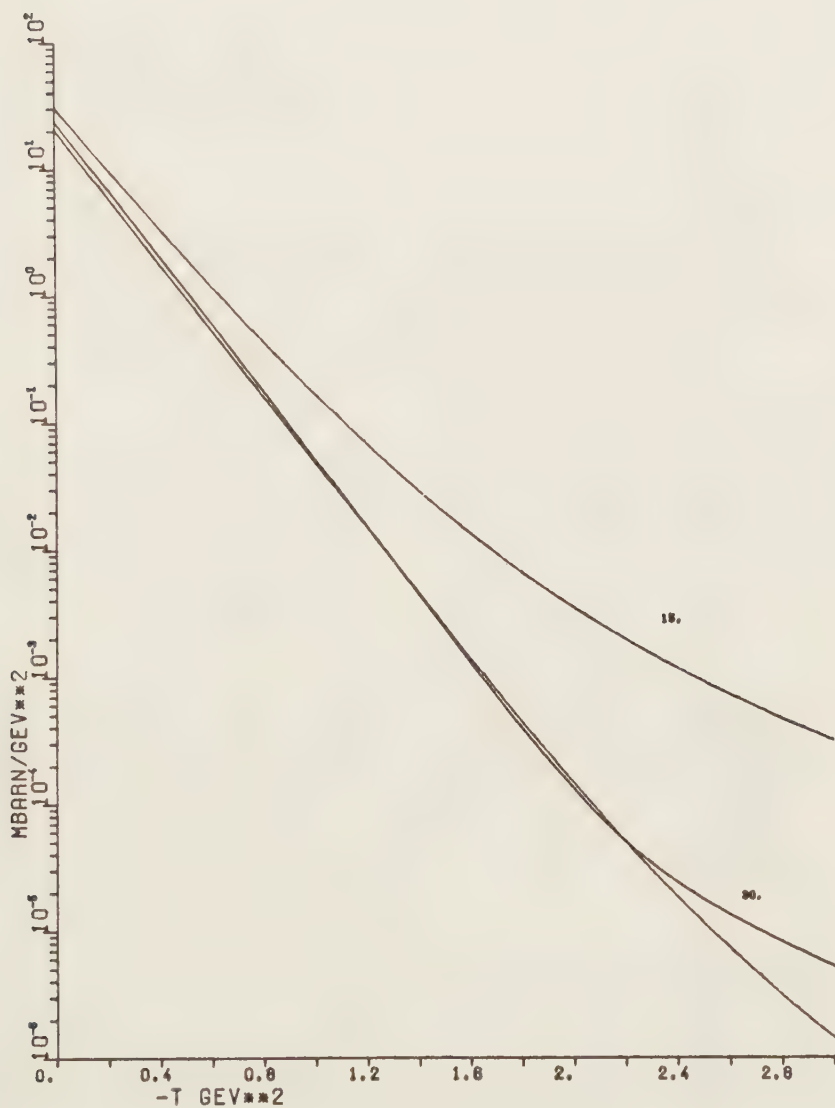


Bild 26: Differentieller Wirkungsquerschnitt für $\pi^+\pi^+$ -Streuung bei $s=15, 30$ und 100 GeV^2 .

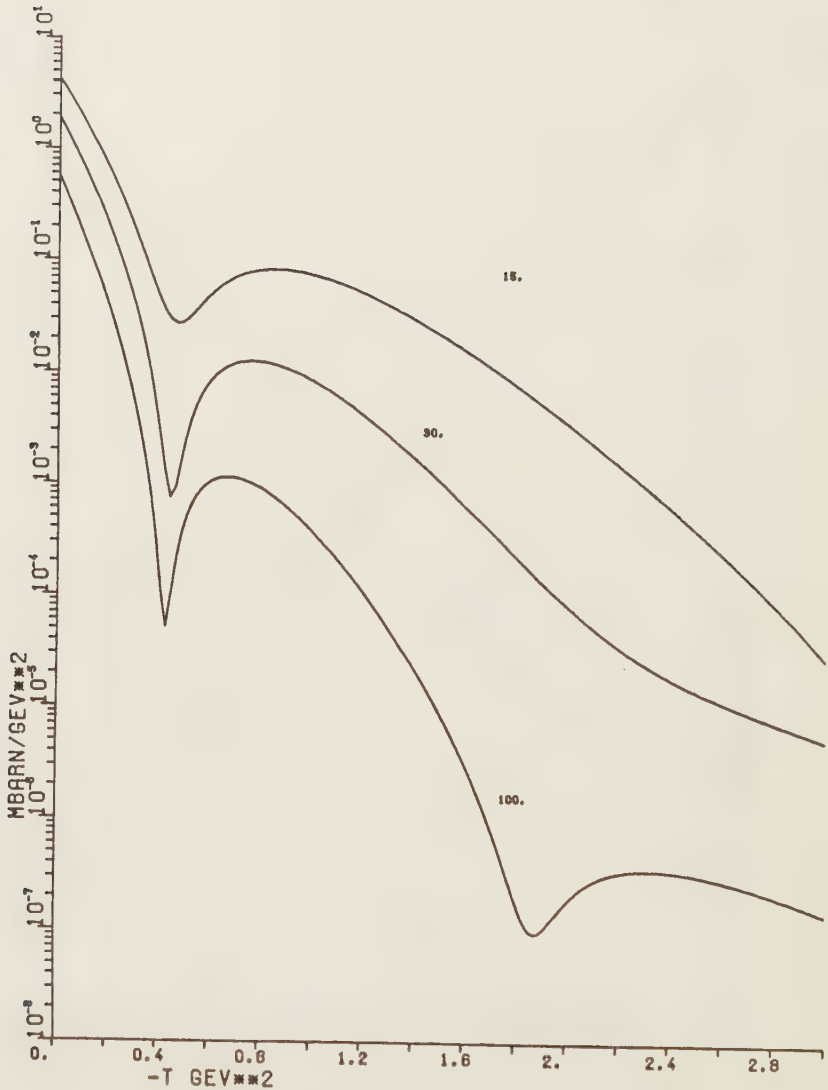


Bild 27: Differentieller Wirkungsquerschnitt für $\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^0\pi^0$ -Streuung bei $s=15, 30$ und 100 GeV^2 .

$$|A|^2 \approx |P|^2 + |P| \operatorname{Im} \tilde{V} \quad (3.32)$$

Wir erwarten hier also ähnliche Verhältnisse wie bei $\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, während der differentielle Wirkungsquerschnitt des exotischen Prozesses $\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^+$ strukturlos sein sollte:

$$|A|^2 = |P + \tilde{V}(u, t)|^2 = |P|^2 + |\tilde{V}(u, t)|^2 \approx |P|^2 \propto e^{2ct} \quad (3.33)$$

Dies ist nach Bild 26 gut erfüllt. Man sieht auch, daß bei $s = 15 \text{ GeV}^2$ der Hauptbeitrag noch von $|\tilde{V}|^2$ herkommt und die Näherung $|\tilde{V}|^2 \ll |P|^2$ in (3.33) erst bei $s = 30 \text{ GeV}^2$ gerechtfertigt ist.

Bei der Reaktion $\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^0\pi^0$ (Bild 27) mit

$$|A|^2 = |\tilde{V}(u, t) - \tilde{V}(s, t)|^2 \quad (3.34)$$

haben wir einen mit wachsender Energie sich vertiefenden Dip ungefähr bei $\alpha(t)=0$, ähnlich wie im Pion-Nukleon-Ladungsaustauschprozeß. Das ist damit zu erklären, daß bei hohen Energien näherungsweise gilt (nach (2.26), (2.33) u. (2.28))

$$\tilde{V}(u, t) - \tilde{V}(s, t) \sim (1 - e^{-i\pi\alpha_{eff}(t)}) \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_{eff}(t)}, \quad (3.35)$$

wodurch eine Nullstelle bei $\alpha_{eff}(t)=0$ entsteht. Der zusätzliche Dip bei $s = 100 \text{ GeV}^2$ an der Stelle $t \approx -1,9 \text{ GeV}^2$ kann nicht durch diesen Mechanismus erklärt werden, da $\alpha_{eff}(t) = -2$ auf $t = -5 \text{ GeV}^2$ führt. Der Ort und die Stärke dieses Dips erweist sich als sehr abhängig von den Parametern des Pomerons (das durch $\tilde{V}=V+V^*P$ eingeht), so daß es sich hierbei wohl um eine mehr zufällige Struktur ohne physikalische Bedeutung handelt.

Um das Modell auch im Hochenergiebereich mit dem Experiment vergleichen zu können, wollen wir im nächsten Kapitel einen Fit an die Daten der Pion-Nukleon-Ladungsaustauschreaktion durchführen. Dabei erwarten wir vor allem eine Verbesserung des aus den Absorptionsmodellen SCRAM und WAM (s. Kap.I) sich ergebenden Polarisationsverlaufs (Bild 28), ohne eine höhere Anzahl von Parametern (wie z.B. in Ref.10) einzuführen.

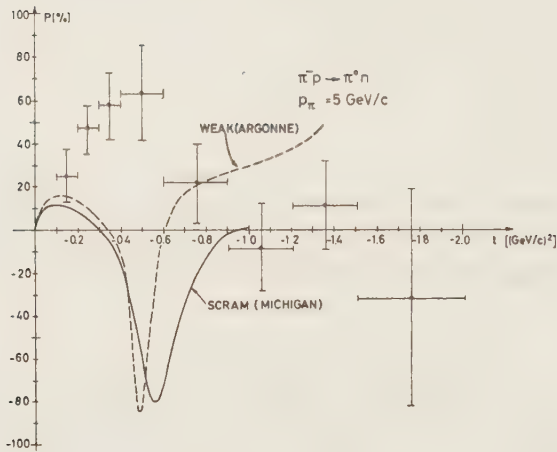


Bild 28: Polarisationsdaten für $\pi^- p \rightarrow \pi^+ n$ bei $p_{\text{LAB}} = 5 \text{ GeV}$ und die Voraussagen der beiden Absorptionsmodelle WAM (Ref.8) und SCRAM (Ref.9). (Aus Ref.7).

IV. Anwendung auf Pion-Nukleon-Ladungsaustauschstreueung

1) Zur Kinematik der πN -Streueung

a) Schwerpunktsystem:

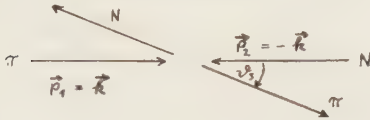


Bild 29: Impuls und Streuwinkel im Schwerpunktsystem.

Die Invarianten s , t und u lassen sich durch $k \equiv |\vec{k}|$ und $\cos \vartheta_s$ ausdrücken (m =Pionmasse, M =Nukleonmasse):

$$\left. \begin{aligned} s &= 2k^2 + m^2 + M^2 + 2\sqrt{(k^2 + m^2)(k^2 + M^2)} \\ t &= -2k^2(1 - \cos \vartheta_s) \\ u &= -2k^2(1 + \cos \vartheta_s) + \frac{(M^2 - m^2)^2}{s} \\ s + t + u &= 2M^2 + 2m^2 \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

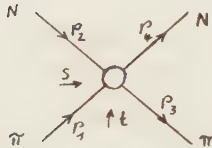


Bild 30: Der Streuprozess $\pi N \rightarrow \pi N$.

Wir befinden uns im s -Kanal, wenn die Invarianten in den folgenden Bereichen liegen:

$$\left. \begin{aligned} (M + m)^2 &\leq s \\ -4k^2 &\leq t \leq 0 \\ \frac{(M^2 - m^2)^2}{s} - 4k^2 &\leq u \leq \frac{(M^2 - m^2)^2}{s} \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

Auflösung der ersten Gleichung von (4.1) nach k^2 ergibt:

$$4k^2 = \frac{1}{s} (s - (M + m)^2)(s - (M - m)^2) \quad (4.3)$$

Im Schwerpunktsystem hat das Pion bzw. das Nukleon die Energie

$$E_\pi = \sqrt{k^2 + m^2} = \frac{s + m^2 - M^2}{2\sqrt{s}} \quad (4.4)$$

$$E_N = \sqrt{k^2 + M^2} = \frac{s + M^2 - m^2}{2\sqrt{s}} \quad (4.5)$$

Weitere Beziehungen:

$$\cos \psi_s = 1 + \frac{2t}{4K^2}, \quad \sin \psi_s = \frac{1}{K} \sqrt{-t(1 + \frac{t}{4K^2})} \quad (4.6)$$

$$\cos \frac{\psi_s}{2} = \sqrt{1 + \frac{t}{4K^2}}, \quad \sin \frac{\psi_s}{2} = \sqrt{\frac{-t}{4K^2}} \quad (4.7)$$

b) Laborsystem:

$$\begin{array}{ccc} \pi & & N \\ \xrightarrow{\vec{p}_1 = \vec{p}_L} & & \vec{p}_2 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \vec{p}_L = \text{Impuls im Laborsystem} \\ p_L = |\vec{p}_L| \end{array}$$

Bild 31: Definition des Laborsystems.

2) Amplituden, Wirkungsquerschnitte u. Polarisation (vgl. Ref.3):

Die Invarianten Amplituden A (bzw. A') und B, die keine kinematischen Singularitäten enthalten, hängen unmittelbar mit den s-Kanal-Helizitätsamplituden zusammen:

$$\begin{aligned} F_{++}^t(s,t) &= \frac{-1}{\sqrt{t-4m^2}} ((t-4m^2)A(s,t) - (s-u)M B(s,t)) = \\ &= -\sqrt{t-4m^2} A'(s,t) \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$F_{+-}^t(s,t) = \frac{1}{2} \sqrt{t(t-4m^2)} \sin \psi_t B(s,t) \quad (4.9)$$

Durch A' und B ausgedrückt lauten die s-Kanal-Helizitätsamplituden:

$$F_{++}^S(\sqrt{s},t) = 2 \cos \frac{\psi_s}{2} (M A'(s,t) + \frac{1}{2}(s+M^2+m^2) \frac{-t}{4M^2-t} B(s,t)) \quad (4.10)$$

$$F_{+-}^S(\sqrt{s},t) = 2 \sin \frac{\psi_s}{2} (E A'(s,t) + M \sqrt{s} (1 - \frac{4E^2}{4M^2-t}) B(s,t)) \quad (4.11)$$

$$\text{mit } E = E_N = \frac{s+M^2-m^2}{2\sqrt{s}}.$$

Die Ausdrücke für den totalen und differentiellen Wirkungsquerschnitt sowie die Polarisation des Nukleons lauten:

$$\sigma_T(s) = \frac{1}{2K\sqrt{s}} \text{Im } F_{++}^S(\sqrt{s},t=0) = \frac{1}{p_L} \text{Im } A(s,t=0) \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt} &= \frac{1}{64\pi s k^2} (|F_{++}^S|^2 + |F_{+-}^S|^2) = \\ &= \frac{1}{16\sigma p_L^2} ((1 - \frac{1}{4M^2}) |A'|^2 + \frac{t}{4M^2} (s - \frac{(s+M^2-m^2)^2}{4M^2-t}) |B|^2) \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned}
 P(s,t) &= \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)^{-1} \frac{-1}{32\pi s k^2} \operatorname{Im} (F_{++}^S F_{+-}^{S*}) = \\
 &= \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)^{-1} \frac{\sin^2 \nu_s^0}{16\pi \sqrt{s}} \operatorname{Im} (A' B^*) \quad (4.14)
 \end{aligned}$$

3) Ansatz für Pion-Nukleon-Ladungsaustauschstreuung:

Nach den Crossing-Relationen für πN -Streuung muß $A(\pi p \rightarrow \pi^0 n)$ su-antisymmetrisch und $B(\pi p \rightarrow \pi^0 n)$ su-symmetrisch sein: (vgl. Ref.3)

$$\begin{aligned}
 A'(s,t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} (F(s,t) - F(u,t)) \\
 B(s,t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} (G(s,t) + G(u,t)) \quad (4.15)
 \end{aligned}$$

Wie schon bei der $\pi\pi$ -Streuung wollen wir die rho- und f-Trajektorien als linear und austauschentartet betrachten. Ferner legen wir die Steigung so fest, daß das rho-Meson auf der Trajektorie liegt:

$$\alpha_s(t) = \alpha_f(t) = \alpha_0 + \frac{1 - \alpha_0}{m_s^2} t \equiv \alpha(t) \quad (4.16)$$

Für die Trajektorien bleibt also nur der eine freie Parameter α_0 . Bezüglich A' können wir nun den Ansatz machen

$$F(s,t) = g_0 V(s,t; \beta_0, s_0, \alpha_0) \quad (4.17)$$

wobei $V(s,t)$ definiert ist durch

$$V_1(s) = \frac{R_1(s)}{1 - R_1(s)} \quad (4.18)$$

$$\text{mit } R(s,t) = -\beta_0 \left(\frac{(M+m)^2 - s}{s_0} \right)^{\alpha(t)} \quad (\text{für } t \leq 0) \quad (4.19)$$

Daraus folgt

$$F(s,t) \xrightarrow[|t| \ll s]{s \rightarrow \infty} -g_0 \beta_0 \left(\frac{-s}{s_0} \right)^{\alpha(t)} = -g_0 \beta_0 e^{-i\pi\alpha(t)} \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\alpha(t)} \quad (4.20)$$

Aus dem Zusammenhang von $B(s,t)$ mit der t-Kanal Spin Flip-Amplitude (Gl.4.9) ergibt sich, daß $B(s,t)$ das asymptotische Verhalten

$$B(s,t) \xrightarrow[s \rightarrow \infty]{|t| \ll s} s^{\alpha(t)-1} \quad (4.21)$$

hat, so daß der entsprechende Ansatz für $G(s,t)$ lautet:

$$G(s, t) = g_1 \frac{s_1}{s} V(s, t; \beta_1, s_1, \alpha_0) \quad (4.22)$$

$$V_1(s) = \frac{R_1(s)}{1-R_1(s)} \quad (4.23)$$

$$R(s, t) = - \frac{1}{2} \left[\frac{(M+m)^2 - s}{s_1} \right]^{\alpha(t)} \quad (\text{für } t \neq 0) . \quad (4.24)$$

Zusammenfassend haben wir:

$$A'(s, t) = \frac{g_0}{\sqrt{2}} (V(s, t; \beta_0, s_0, \alpha_0) - V(u, t; \beta_0, s_0, \alpha_0)) \quad (4.25)$$

$$B(s, t) = \frac{g_1}{\sqrt{2}} \left(\frac{s_1}{s} V(s, t; \beta_1, s_1, \alpha_0) + \frac{s_1}{u} V(u, t; \beta_1, s_1, \alpha_0) \right) \approx \\ \approx_{(t \ll s)} \frac{g_1 s_1}{\sqrt{2} s} (V(s, t; \beta_1, s_1, \alpha_0) - V(u, t; \beta_1, s_1, \alpha_0)) \quad (4.26)$$

Für den Fit an die experimentellen Daten stehen also sieben freie Parameter zur Verfügung. Diese Zahl würde sich noch erhöhen, wenn man auch Reggeon-Pomeron-Schnitte dazunähme (vgl. Ansatz für Pion-Pion-Streuung). Beim WAM- und SCRAM-Absorptionsmodell (Ref.8 u. 9) besteht die Absorption ja ausschließlich aus einem Reggeon-Pomeron-Schnitt. Die Tatsache, daß mit dem obigen Ansatz ein guter Fit möglich ist, unterstreicht jedoch die Bedeutung der n-Reggeon-Schnitte als absorptiven Beitrag zur Streuamplitude.

4) Einzelheiten zum Fit:

Wegen der Isospinvarianz der starken Wechselw. gilt:

$$A'(\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p) - A'(\pi^- p \rightarrow \pi^- p) = \sqrt{2} A'(\pi^- p \rightarrow \pi^0 n) \quad (4.27)$$

Nach Gl.(4.12) ist daher die Differenz der totalen Wirkungsquerschnitte von $\pi^- p$ - und $\pi^+ p$ -Streuung

$$\sigma_T(\pi^- p) - \sigma_T(\pi^+ p) = -\sqrt{2} \frac{1}{\rho} \text{Im } A'(s, t=0) . \quad (4.28)$$

Mit Gl.(4.25) haben wir, da $V(u, t)$ reell ist

$$\Delta \sigma_T(s) \equiv \sigma_T(\pi^- p) - \sigma_T(\pi^+ p) = -g_0 \frac{1}{\rho} \text{Im } V(s, 0; \beta_0, s_0, \alpha_0) \quad (4.29)$$

Beim Fit (Programm CEXFIT in Anh.B2) stellte sich heraus, daß $\Delta \sigma_T$ praktisch unabhängig ist von s_0 ; eine Vergrößerung von β_0

(mehr Absorption) oder α_0 bewirkt einen flacheren Abfall von $\Delta\sigma_T$.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt wurde mit den Parametern g_1 (Normierung), β_1 (Tiefe des Dips), s_1 (Abfall in $|t|$) und α_0 (Position des Dips) angepaßt. Die Parameter β_0 und s_0 , die hier wegen der Dominanz von $|B(s,t)|^2$ gegenüber $|A'(s,t)|^2$ weniger eingehen, bestimmen wesentlich den Verlauf der Polarisierung, wobei β_0 die Stärke und s_0 die Abnahme der Polarisierung mit $|t|$ beeinflusst.

Für den totalen Wirkungsquerschnitt $\Delta\sigma_T$ bleibt also nur noch ein Parameter übrig, nämlich der Normierungsfaktor g_0 .

Die Bilder 32-34 (Programm DIFF u. AWQPOL in Anh.B2) zeigen den besten Fit an folgende Daten und mit folgenden Fehlerquadratsummen:

- a) Differenz der totalen Wirkungsquerschnitte von π^+p - und π^-p -Streuung im Bereich

$$4,83 \leq p_L \leq 60 \text{ GeV} \quad (32 \text{ Datenpunkte})$$

$$\chi^2(\Delta\sigma_T) = 46,4 \quad \chi^2/\nu p = 1,45$$

- b) Differentieller Wirkungsquerschnitt für

$$0 \leq -t \leq 2 \text{ GeV}^2$$

und

$$4,83 \leq p_L \leq 18,2 \text{ GeV} \quad (84 \text{ Datenpunkte})$$

$$\chi^2\left(\frac{d\sigma}{dt}\right) = 128 \quad \chi^2/\nu p = 1,53$$

- c) Polarisierung des Neutrons bei

$$p_L = 4,9 \text{ u. } 7,85 \text{ GeV}$$

im Bereich

$$0 \leq -t \leq 2 \text{ GeV}^2 \quad (16 \text{ Datenpunkte})$$

$$\chi^2(POL) = 36,7 \quad \chi^2/\nu p = 2,29$$

Das Fehlerquadrat pro Datenpunkt für den gesamten Fit beträgt 1,6 und ist damit erheblich besser als der entsprechende Wert der Absorptionsmodelle WAM und SCRAM, der etwa zwischen 2,5 und 3,5 liegt (s. Ref.37).

Die dazugehörigen Parameterwerte sind:

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 0,53 & g_0 &= -1,85 \text{ GeV}^{-1} & \beta_0 &= 0,78 & s_0 &= 0,02 \text{ GeV}^2 \\ g_1 &= 239 \text{ GeV}^{-2} & \beta_1 &= 1,2 & s_1 &= 0,22 \text{ GeV}^2 \end{aligned}$$

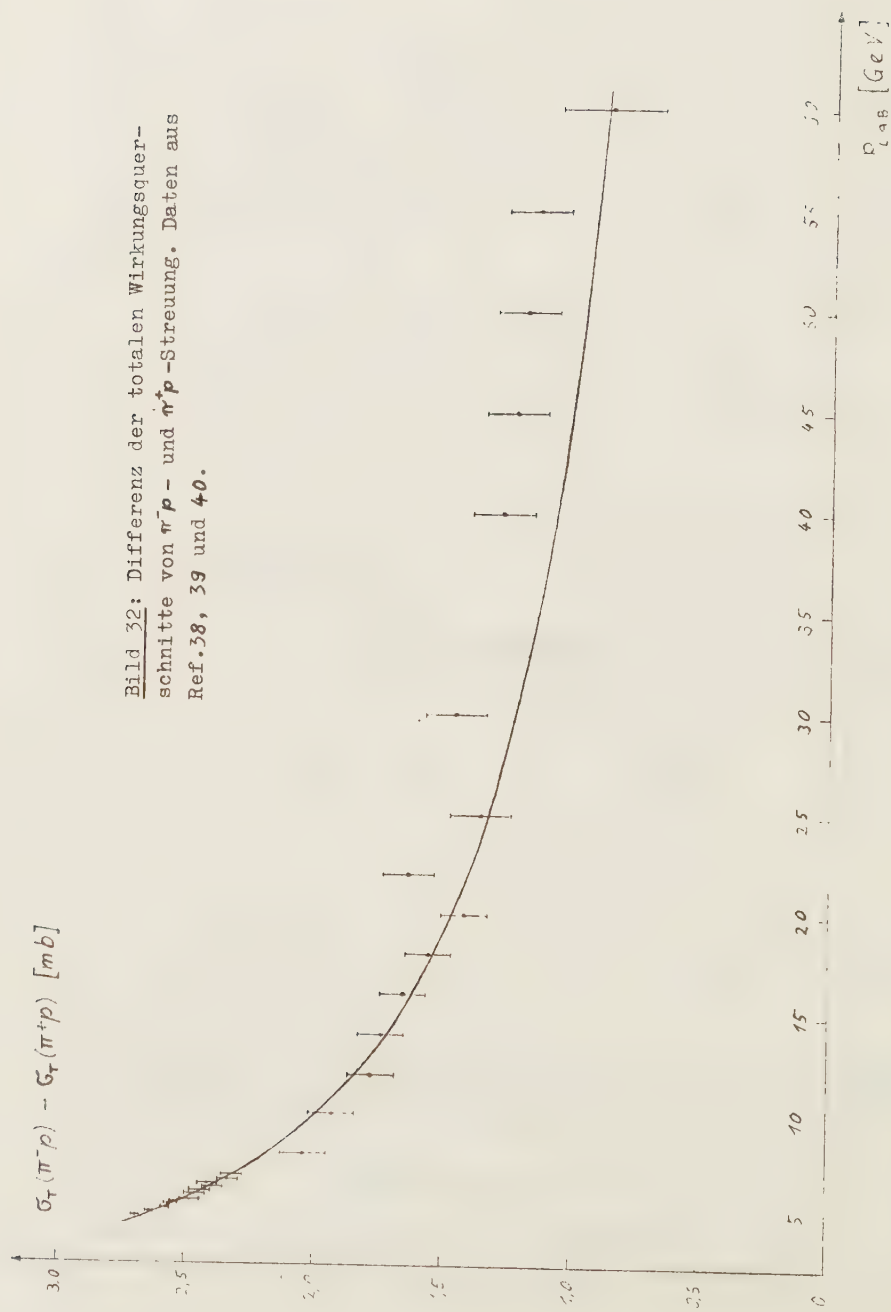


Bild 32: Differenz der totalen Wirkungsquerschnitte von π^-p - und π^+p -Streuung. Daten aus Ref. 38, 39 und 40.

Bild 33: $\frac{d\sigma}{dt}(\gamma p \rightarrow \pi^+ n)$ für versch. Werte von p_{lab} . Daten aus Ref. 41, 42 und 43.

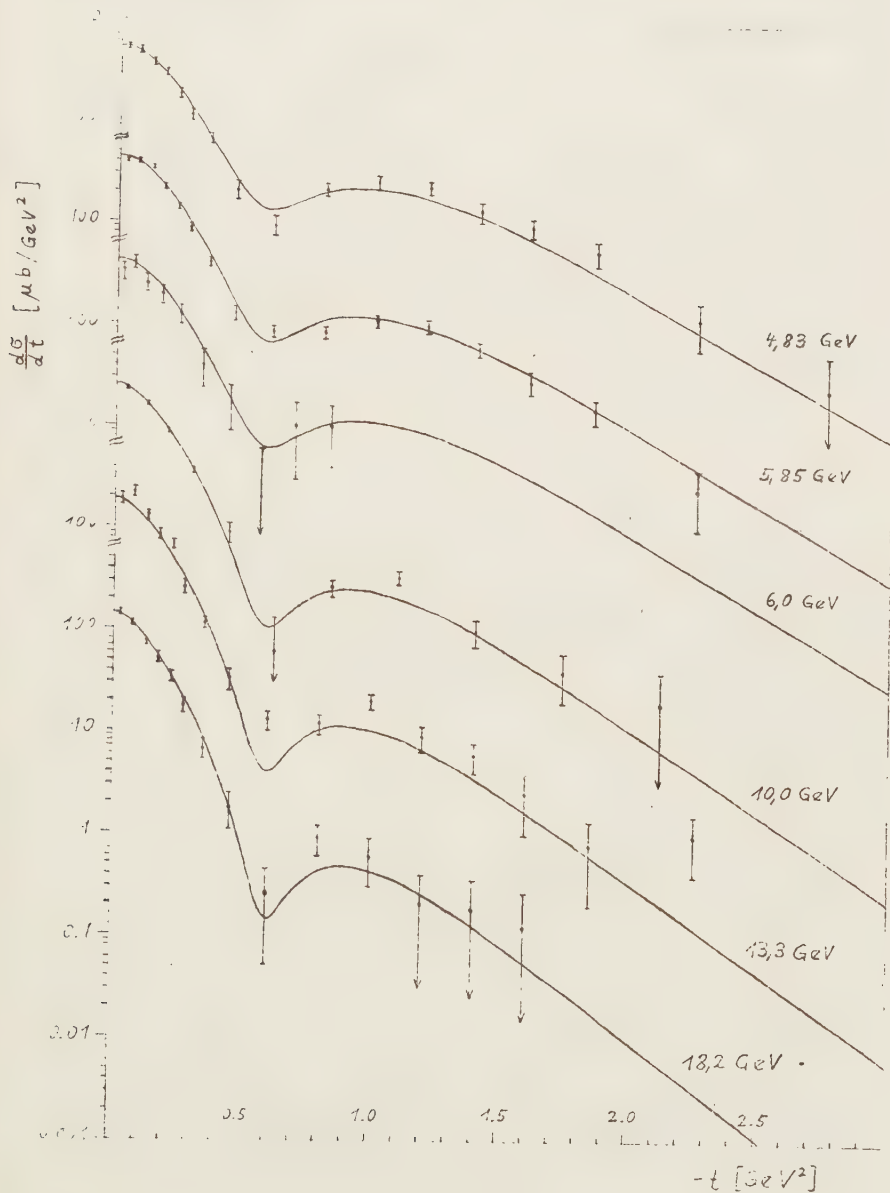


Bild 34: Polarisation für $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$. Daten aus Ref.4.

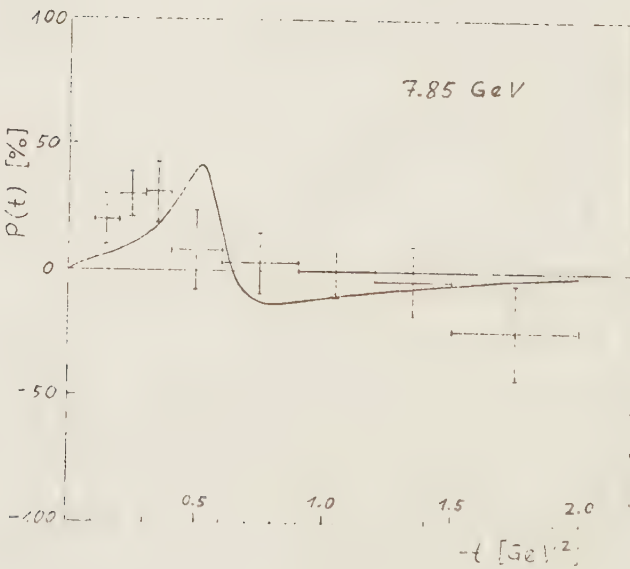
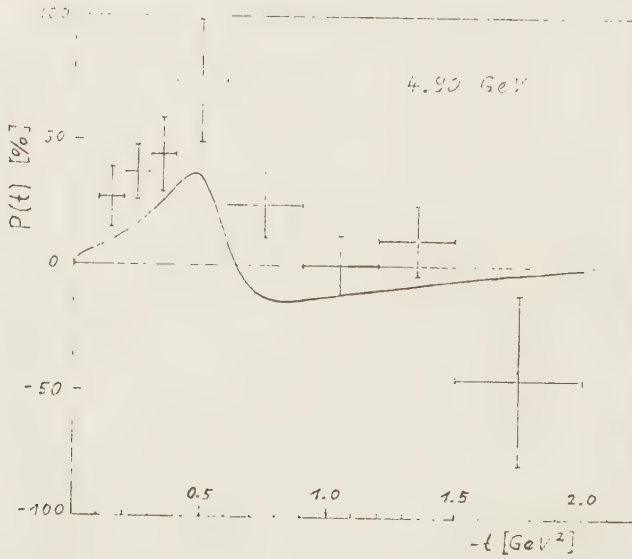
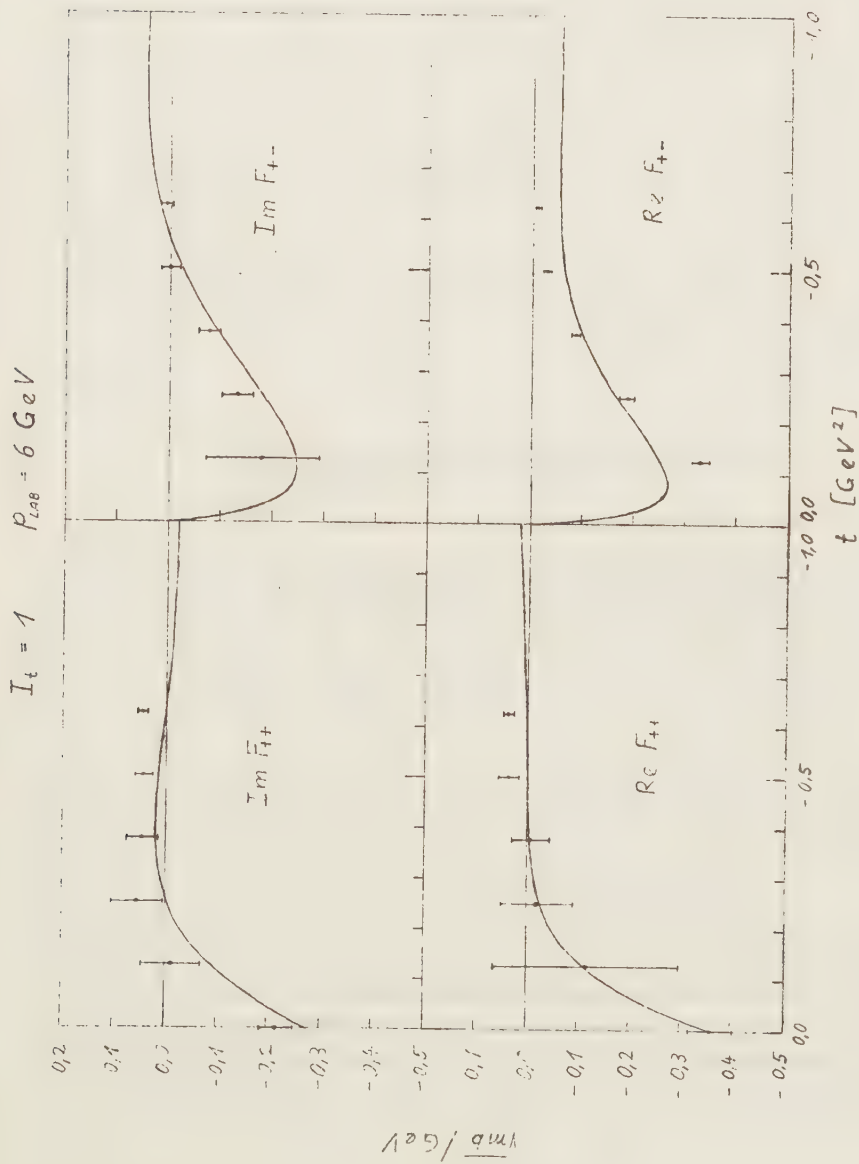


Bild 35: Helizitätsamplituden für $\pi^+p \rightarrow \pi^+n$. Daten nach Ref.44.



Ein gleichwertiger Fit des totalen und differentiellen Wirkungsquerschnitts kann auch für größere Werte von s_0 durchgeführt werden (z.B. $s_0 = 0,24 \text{ GeV}^2$); die Polarisation ist dann aber nach dem Nulldurchgang zu stark negativ ($\chi^2 = 41$).

Bild 35 zeigt einen Vergleich der bei den obigen Parameterwerten berechneten Helizitätsamplituden (bei $p_L = 6 \text{ GeV}$) mit den von Halzen und Michael (Ref.44) aus einer modellunabhängigen Analyse berechneten Daten. Im F_{++}^S und Im F_{+-}^S haben ungefähr den Verlauf von $J_0(r\sqrt{-t})$ bzw. $J_1(r\sqrt{-t})$, wobei allerdings die zweite Nullstelle von F_{++} bei größerem $|t|$ liegen sollte. Interessant ist, daß Im A' und Im B' ihre erste Nullstelle bei $t = -0,5 \text{ GeV}^2$ haben, die Verschiebung zu $t = -0,25$ bei Im F_{++} also durch Überlagerung beider Beiträge zustande kommt, während im Strong Cut Model eine sehr starke Absorption von F_{++} nötig ist um die Nullstelle nach kleineren $|t|$ zu verlagern.

5) Totaler Wirkungsquerschnitt im Resonanzbereich:

Für den Resonanzbereich $p_L \approx 4 \text{ GeV}$ (vgl. Bild 1) wird der Näherungsausdruck (2.26) zur Berechnung von $V(s,t)$ unbrauchbar, und wir müssen statt dessen Gl.(4.18) verwenden. Wegen $P_1(z=1)=1$ haben wir

$$G_T(s) = \frac{-g_0}{P_L} \text{Im } V(s,t=0) = \frac{-g_0}{P_L} \text{Im } \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) \frac{R_1(s)}{1-R_1(s)} . \quad (4.30)$$

Im Fall der $\pi^+\pi^-$ -Streuung zeigte der totale Wirkungsquerschnitt deutlich die rho-, f- und g-Resonanz. Diese liegen auf der rho-Trajektorie, die mit der f-Trajektorie austauschentartet ist, da es im u-Kanal ($\pi^+\pi^+ \rightarrow \pi^+\pi^+$) keine Resonanzen gibt.

Bei der Pion-Nukleon-Streuung haben wir dagegen im u-Kanal die N- und Δ -Trajektorien. Da bei der Bildung der Partialwellenamplituden auch über große $|t|$ bzw. kleine $|u|$ integriert wird, müssen hier die u-Kanal-Reggeterme ebenfalls berücksichtigt werden. Wenn wir die N- und Δ -Trajektorien wieder näherungsweise als austauschentartet betrachten, liegt es nahe, den Ansatz (4.18/4.19) durch den folgenden zu ersetzen (s. Bild 36):

$$R(s,t) = R_S(s,t) + R_N(s,u) \quad (4.31)$$

$$V_1(s) = \frac{R_1(s)}{1-R_1(s)} \quad (4.32)$$

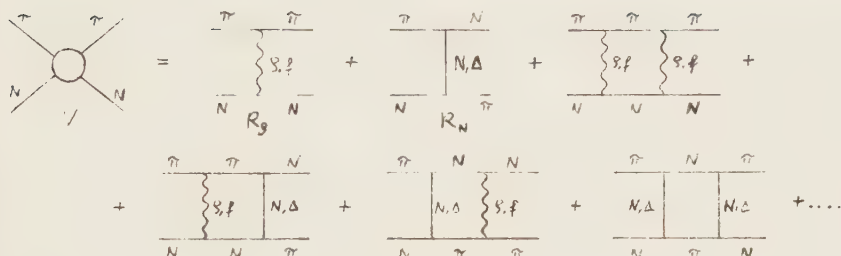


Bild 36: Illustration des Ansatzes (4.31/4.32).

R_9 soll natürlich identisch mit (4.19) sein, so daß die bisherigen Berechnungen im Hochenergiebereich bei $|t| \ll s$, wo R_N vernachlässigt werden kann, auch für den neuen Ansatz gelten. R_N sei gegeben durch

$$R_N(s, u) = -\beta_2 \left(\frac{(M+m)^2 - s}{s_2} \right)^{\alpha'_N + \alpha'_N u - \frac{1}{2}} \quad (\text{für } u \leq 0) \quad (4.33)$$

Man könnte nun versuchen, mit diesen zusätzlichen Parametern den Fit auch auf den Resonanzbereich des totalen Wirkungsquerschnitts auszudehnen. Es stellt sich jedoch heraus, daß sich durch Variation der Parameterwerte praktisch nur die Stärke, nicht aber die Position der Peaks ändern läßt (Bild 37), was für eine Anpassung an die experimentellen Daten (s. Bild 1) unbedingt notwendig wäre. Das hat folgenden Grund: Wegen des kleinen Wertes von s_0 ($s_0 = 0,02 \text{ GeV}^2$) gibt R_9 keinen nennenswerten Beitrag zur Resonanzstruktur, so daß sich die Position der s-Kanal-Resonanzen nicht durch Interferenz von R_9 und R_N ändern läßt. (Vgl. dazu den $I=1$ -Wirkungsquerschnitt in der Pion-Pion-Streuung (Bild 16), wo die Resonanzen mit geradem Spin durch Interferenz von $V(s, t)$ und $V(s, u)$ wegfallen).

Aus dieser Situation können wir das Fazit ziehen, daß die Anpassung im Resonanzbereich zusammen mit dem Hochenergiefit durchgeführt werden müßte; insbesondere bei Hinzunahme von Reggeon-Pomeron-Schnitten wäre dann ein akzeptabler Fit in beiden Energiebereichen zu erwarten.

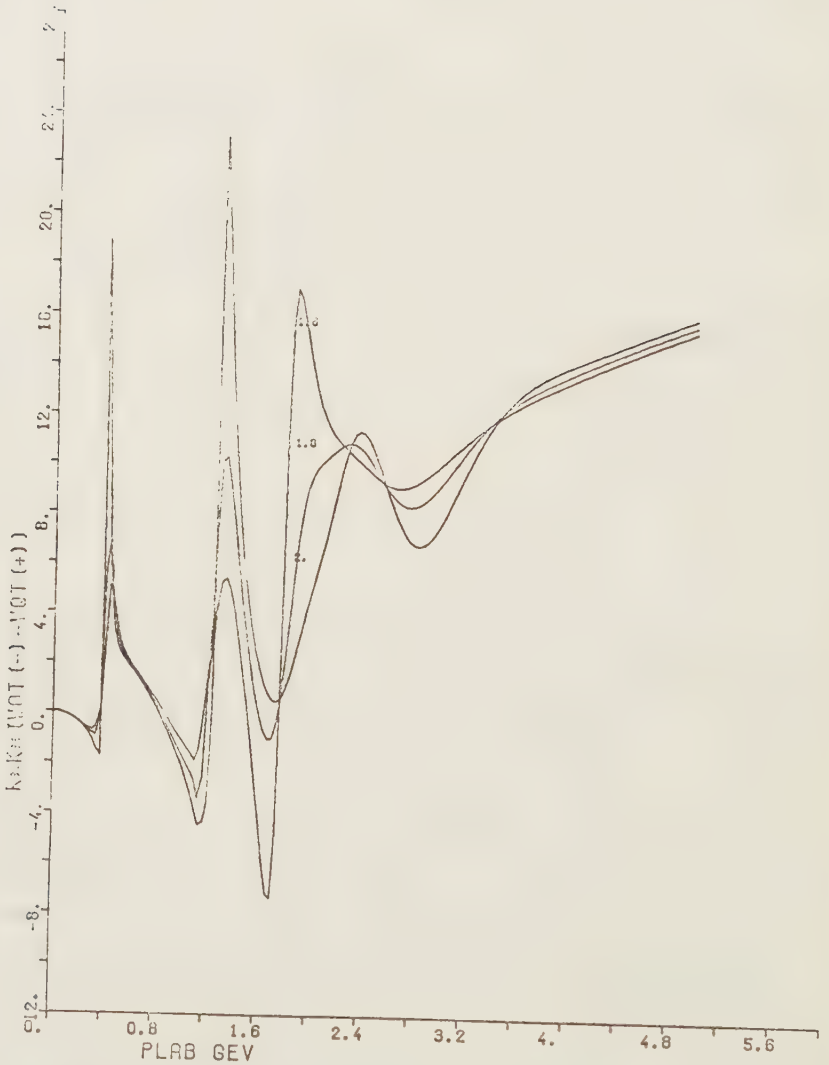


Bild 37a: $k^2(G_\tau(n^+ \pi^0) - G_\tau(n^+ K^0))$ bei den Parameterwerten $\beta_2=7$, $\alpha_N^0=0$, $s_2=1,6, 1,8$ und $2,0 \text{ GeV}^2$.

Differenz der totalen Wirkungsquerschnitte
von π^-p - und π^+p -Streuung.

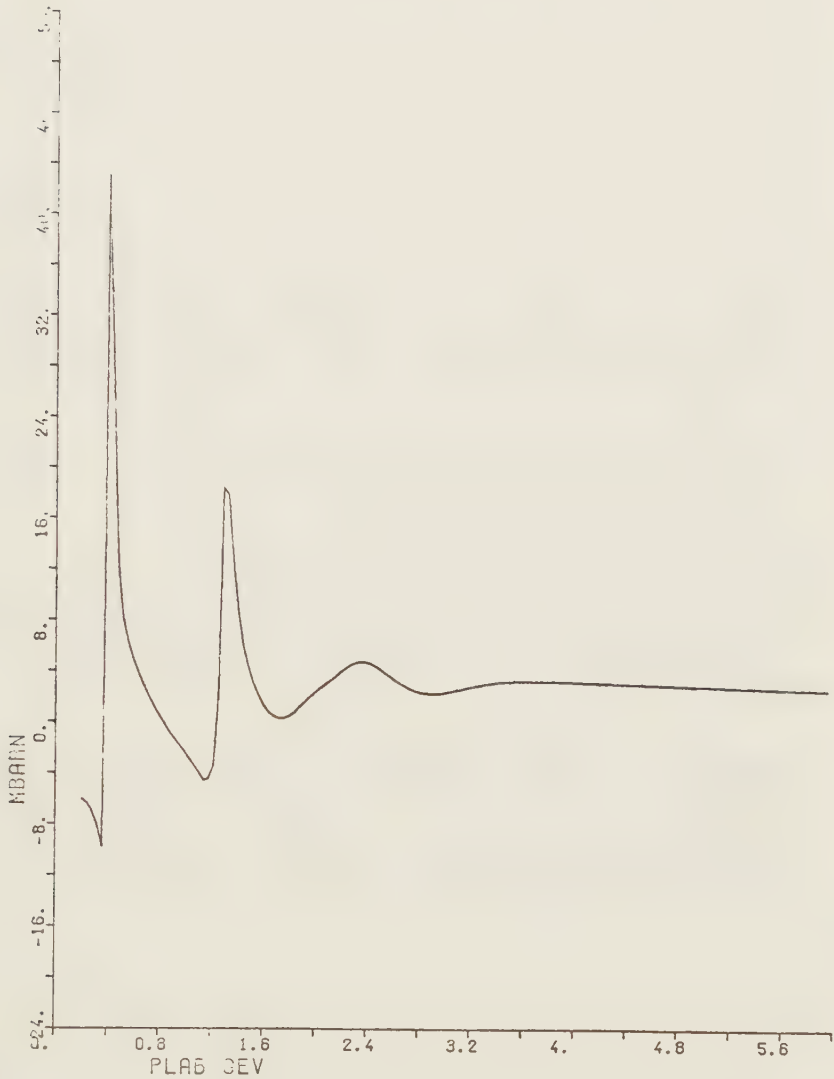


Bild 37b: $\sigma_T(\pi^-p) - \sigma_T(\pi^+p)$ für $\beta_2=7$, $s_2=2 \text{ GeV}^2$ und $\alpha_N^0=0$.

D i s k u s s i o n d e r E r g e b n i s s e

Ausgehend von der Grundidee, daß die s-Kanal-Singularitäten dual zur Summe der t-Kanal-Singularitäten (Reggepole plus Reggeschnitte) sind, wurde in dieser Arbeit ein Modell entwickelt, bei der Resonanzen durch Aufsummation der n-Reggeon-Schnittbeiträge entstehen.

Es läßt sich zwar keine explizite Funktion mit solchen Eigenschaften angeben (wie etwa die Veneziano-Amplitude bei der Pol-Pol-Dualität), aber schon mit einem zweiparametrigen Näherungsansatz des zu iterierenden t-Kanal-Reggeterms ergeben sich realistische s-Kanal-Trajektorien (bzw. Pole auf dem unphysikalischen Blatt der komplexen s-Ebene) mit der richtigen Größenordnung für den Imaginärteil (d.h. für die Breite der Resonanzen).

Bei der Anwendung auf Pion-Pion-Streuung konnte die experimentell bekannte Resonanzstruktur (ρ -, f- und g-Meson) im elastischen bzw. totalen Wirkungsquerschnitt durch Variation der beiden freien Parameter recht gut reproduziert werden.

Mit der auf diese Weise festgelegten Amplitude (wobei für das Pomeron einer der üblichen phänomenologischen Ansätze gemacht wurde) ließen sich die differentiellen Wirkungsquerschnitte der verschiedenen Pion-Pion-Streuprozesse im Hochenergiebereich berechnen.

Sowohl die Dip-Strukturen der differentiellen Wirkungsquerschnitte als auch die t-Abhängigkeit des Imaginärteils der nichtdiffraktiven Amplitude entsprechen ganz den Erwartungen, die sich aus dem Hararischen dual absorptive model (Ref.1) ergeben. Überhaupt kann man den ganzen Ansatz als eine Realisierung dieses Modells von Harari auffassen.

In der Stoßparameterdarstellung besitzt der Imaginärteil des nichtdiffraktiven Teils der Amplitude z.B. für $s=10 \text{ GeV}^2$ einen ausgeprägten peak bei $b \approx 0,8 \text{ Fermi}$; es dominieren also die peripheren Partialwellen. Es zeigt sich auch, daß für die Absorption der niedrigen Partialwellen in diesem Energiebereich hauptsächlich die n-Reggeon-Schnitte und erst in zweiter Linie die Reggeon-Pomeron-Schnitte verantwortlich sind.

Am Verlauf der totalen Wirkungsquerschnitte im Vergleich zu den elastischen oder auch anhand der Argand-Diagramme ist eine

Verletzung der Unitaritätsbedingung im Resonanzbereich und insbesondere in der Nähe der Schwelle festzustellen. Um dies zu vermeiden, hätte man für den Reggeterm bei niedrigen Energien eine sehr viel kompliziertere s-Abhängigkeit anzusetzen (in Form einer K-Matrix-Darstellung der Partialwellenprojektion des Reggeterms).

Ein explizit unitärer Ansatz in Form eines reggeisierten K-Matrix-Modells ($A_1 = R_1 / (1 - 2i \circ R_1)$) könnte dagegen nur für die Gesamtamplitude einschließlich der u-Kanal-Singularitäten gemacht werden, so daß das einfache Konzept der Dualität zweier Kanäle erweitert werden müßte.

Die Anwendung der Modellamplitude auf Pion-Nukleon-Ladungsaustausch hat gezeigt, daß auch ohne die Einführung von Reggeon-Pomeron-Schnitten ein wesentlich besserer Fit an die Hochenergie-daten dieser Reaktion möglich ist als in den Absorptionsmodellen WAM und SCRAM (Ref.8 u.9), ohne die Parameterzahl zu erhöhen. Insbesondere tritt der für diese Modelle typische negative spike im Polarisationsverlauf, der in krassem Widerspruch zum Experiment steht, nicht mehr auf.

Auch die im Anschluß an den Fit berechneten Helizitätsamplituden stimmen gut mit den von Halzen und Michael (Ref.44) in einer modellunabhängigen Analyse gewonnenen Daten überein. In neuerer Zeit veröffentlichte Fits (z.B. Ref.45-48) weisen praktisch nur bei erhöhter Parameterzahl eine bessere Fehlerquadratsumme im Verhältnis zur Zahl der Datenpunkte auf als dieser Fit.

Die Fortsetzung der Hochenergieamplituden nach niedrigen Energien besitzt zwar eine zu schwach ausgeprägte Resonanzstruktur (wegen des kleinen Wertes eines der Parameter), aber insbesondere bei Berücksichtigung von Reggeon-Pomeron-Schnitten könnten sicher beide Energiebereiche durch einen gemeinsamen Fit in befriedigender Weise beschrieben werden.

A n h a n g A

A1: T-Abhängigkeit von peripheren Amplituden (nach Ref.2)

Die Partialwellenentwicklung einer Helizitätsamplitude

$$A_{\lambda\lambda'}(s,t) = \sum_j (2j+1) A_j(s) d_{\Delta\lambda}^j(z) , \quad \Delta\lambda = |\lambda - \lambda'| \quad (1.1)$$

mit $z = \cos \vartheta = 1 + \frac{2t}{q_s^2}$

läßt sich bei kleinen Streuwinkeln ϑ mit Hilfe der Näherungen

$$d_{\Delta\lambda}^j(\cos \vartheta) \approx J_{\Delta\lambda}((j + \frac{1}{2}) \vartheta) , \quad (1.2)$$

$$\vartheta \approx \frac{\sqrt{-t}}{q_s} \quad (1.3)$$

umschreiben in

$$A_{\Delta\lambda}(s,t) \approx \sum_j (2j+1) A_j(s) J_{\Delta\lambda}((j + \frac{1}{2}) \frac{\sqrt{-t}}{q_s}) . \quad (1.4)$$

Wenn jede dominierende Resonanz (mit Masse M und Spin j_M) die gleiche t-Abhängigkeit erzeugen soll, muß also gelten:

$$\frac{j_M + \frac{1}{2}}{q_M^2} = r = \text{konst.} ,$$

d.h. näherungsweise $j_M \propto M$. (1.5)

Wir führen den Stoßparameter b ein durch

$$j + \frac{1}{2} = q_s b \quad (1.6)$$

und machen die Substitution

$$\sum_j \longrightarrow \int_0^\infty q_s db . \quad (1.7)$$

Gl.(1.4) geht dann über in

$$A_{\Delta\lambda}(s,t) = \int_0^\infty b db \underbrace{2q_s^2 A_j(s)}_{A(s,b)} J_{\Delta\lambda}(b\sqrt{-t}) . \quad (1.8)$$

Falls nun Im $A_{\Delta\lambda}$ peripher ist, d.h. Im $A_{\Delta\lambda}(s,b)$ im wesentlichen nur für $b \approx r$ nicht verschwindet, so folgt aus (1.8)

$$\text{Im } A_{\Delta\lambda} \sim J_{\Delta\lambda}(r\sqrt{-t}) . \quad (1.9)$$

A2: Das Unitaritätsintegral

Wir definieren die Operation

$$A(s, z) * B(s, z) \quad (z = \cos \vartheta = 1 + \frac{2t}{s-4m^2} ; s > 4m^2) \quad (2.1)$$

durch Multiplikation der Partialwellen:

$$(A * B)_1(s) = A_1(s) B_1(s) . \quad (2.2)$$

Daraus erhalten wir

$$\begin{aligned} (A * B)(s, z) &= \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) A_{\ell}(s) B_{\ell}(s) = \\ &= \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) P_{\ell}(z) \frac{1}{2} \int_{-1}^1 dz_1 A(s, z_1) P_{\ell}(z_1) \frac{1}{2} \int_{-1}^1 dz_2 B(s, z_2) P_{\ell}(z_2) = \\ &= \frac{1}{2} \int_{-1}^1 dz_1 A(s, z_1) \frac{1}{2} \int_{-1}^1 dz_2 B(s, z_2) \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) P_{\ell}(z) P_{\ell}(z_1) P_{\ell}(z_2) . \quad (2.3) \end{aligned}$$

Es gilt nun die Relation (s. Ref.2)

$$\sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) P_{\ell}(z) P_{\ell}(z_1) P_{\ell}(z_2) = \frac{2}{\pi} \frac{\theta(1-z^2-z_1^2-z_2^2+2zz_1z_2)}{\sqrt{1-z^2-z_1^2-z_2^2+2zz_1z_2}} , \quad (2.4)$$

so daß wir folgendes Ergebnis haben:

$$\begin{aligned} (A * B)(s, z) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 dz_1 \int_{-1}^1 dz_2 \frac{\theta(\Delta(z, z_1, z_2))}{\sqrt{\Delta(z, z_1, z_2)}} A(s, z_1) B(s, z_2) \\ &\quad \text{mit } \Delta(z, z_1, z_2) := 1 - z^2 - z_1^2 - z_2^2 + 2zz_1z_2 . \end{aligned} \quad (2.5)$$

Gl.(2.5) läßt sich auch in der Form schreiben (Ref.2)

$$\begin{aligned} (A * B)(s, \cos \vartheta) &= \frac{1}{4\pi} \int A(s, \cos \vartheta_1) B(s, \cos \vartheta_2) d\Omega_{12} = \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 dz_1 \int_0^{2\pi} d\varphi A(s, z_1) B(s, z_2) , \end{aligned} \quad (2.6)$$

wobei z_1, z_2, z und φ zusammenhängen durch

$$z = z_1 z_2 + \sqrt{1-z_1^2} \sqrt{1-z_2^2} \cos \varphi . \quad (2.7)$$

Mit Hilfe des Cosinussatzes der sphärischen Trigonometrie läßt sich (2.6) auf (2.5) zurückführen.

Durch die Substitutionen

$$z = 1 + \frac{2t}{s-4m^2} , \quad z_{1/2} = 1 + \frac{2t_{1/2}}{s-4m^2} \quad (2.8)$$

geht (2.5) über in

$$(A * B)(s, t) = \frac{1}{2\pi} \frac{2}{s-4m^2} \int_{4m^2-s}^0 dt_1 \int_{4m^2-s}^0 dt_2 \frac{\theta(K(s, t, t_1, t_2))}{\sqrt{K(s, t, t_1, t_2)}} A(s, t_1) B(s, t_2) \quad (2.9)$$

mit $K(s, t, t_1, t_2) := -t_1^2 - t_2^2 - t^2 + 2(tt_1 + tt_2 + t_1t_2) + \frac{4t_1t_2}{s-4m^2}$

Im Grenzfall $s \rightarrow \infty$ geht

$$K(s, t, t_1, t_2) \xrightarrow{s \rightarrow \infty} -t^2 - t_1^2 - t_2^2 + 2(tt_1 + tt_2 + t_1t_2) =: \tau(t, t_1, t_2) \quad (2.10)$$

und daher

$$(A * B)(s, t) \xrightarrow{s \rightarrow \infty} \frac{1}{\pi s} \int_{-\infty}^0 dt_1 \int_{-\infty}^0 dt_2 \frac{\theta(\tau(t, t_1, t_2))}{\sqrt{\tau(t, t_1, t_2)}} A(s, t_1) B(s, t_2). \quad (2.11)$$

Für die speziellen Funktionen $A(s, t) = e^{At}$ und $B(s, t) = e^{Bt}$ können die Integrale (2.9) und (2.11) explizit berechnet werden (s. Ref.2):

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi} \frac{2}{s-4m^2} \int_{4m^2-s}^0 dt_1 \int_{4m^2-s}^0 dt_2 \frac{\theta(K(s, t, t_1, t_2))}{\sqrt{K(s, t, t_1, t_2)}} e^{At_1} e^{Bt_2} = \\ & = \exp\left(-\frac{s-4m^2}{2}(A+B)\right) \frac{\exp\left(\frac{s-4m^2}{2}\sqrt{A^2+B^2+2ABz}\right) - \exp\left(-\frac{s-4m^2}{2}\sqrt{\dots}\right)}{(s-4m^2)\sqrt{A^2+B^2+2ABz}} \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$(z = 1 + \frac{2t}{s-4m^2})$$

und

$$\frac{1}{\pi s} \int_{-\infty}^0 dt_1 \int_{-\infty}^0 dt_2 \frac{\theta(\tau(t, t_1, t_2))}{\sqrt{\tau(t, t_1, t_2)}} e^{At_1+Bt_2} = \frac{\exp\left(-\frac{AB}{A+B}t\right)}{s(A+B)}. \quad (2.13)$$

Für $|t| \ll s$ folgt übrigens das Ergebnis (2.13) aus (2.12), wenn man Terme der Ordnung $(t/s)^2$ vernachlässigt.

Die analytische Fortsetzung von $(A * B)(s, z)$ in die komplexe s -Ebene kann unter dem Integral (2.5) ausgeführt werden, falls der Integrationsweg keine Schnitte berührt. Die analytischen Eigenschaften von A und B seien gegeben durch die Dispersionsrelation

$$A(s, t) = \frac{1}{\pi^2} \int_{4m^2}^{\infty} ds' \int_{4m^2}^{\infty} dt' \frac{a(s', t')}{(s'-s)(t'-t)} \quad (2.14)$$

oder mit $z = 1 + \frac{2t}{s-4m^2} :$

$$A(s, z) = \frac{1}{\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} ds' \int_{-1}^1 dz' \frac{a(s', z')}{(s' - s)(z' - z)} \quad , \quad z_0(s) := \frac{s+4m^2}{s-4m^2} \quad (2.15)$$

und entsprechend für $B(s, t)$. Der Verzweigungspunkt $z_0(s)$ liegt nun genau dann im Intervall $[-1, 1]$, falls $s \in [-\infty, 0]$ ist. Das Unitaritätsintegral läßt also alle komplexen Werte von s mit Ausnahme der negativen Halbachse zu.

A3: Berechnung der n-Reggeon (-Pomeron) -Schnitte

Für $|t| \ll s$ können wir diese Schnitte mit der Näherungsformel (2.13) aus A2 berechnen:

$$V^{(1)}(s, t) \equiv R(s, t) = -\beta_0 e^{-i\pi\alpha_0} \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_0} e^{t(\ln \frac{s}{s_0} - i\pi)} = b e^{At} \quad (3.1)$$

$$\text{mit } b := -\beta_0 e^{-i\pi\alpha_0} \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_0}, \quad A := \alpha'(\ln \frac{s}{s_0} - i\pi) \quad (3.2)$$

$$V^{(2)}(s, t) \equiv (R * R)(s, t) = \frac{b^2}{s(A+A)} e^{\frac{1}{2} At}$$

$$V^{(3)}(s, t) \equiv (R * R * R)(s, t) = \frac{b^3}{s^2(A+A)(A+\frac{A}{2})} e^{\frac{4}{3} At} = \frac{b^3}{s^2} \frac{e^{\frac{4}{3} At}}{3A^2}$$

$$\vdots$$

$$V^{(n)}(s, t) = \frac{b^n e^{\frac{1}{n} At}}{s^{n-1}(A+A)(A+\frac{A}{2})(A+\frac{A}{3}) \cdots (A+\frac{A}{n-1})} = \frac{b^n}{s^{n-1}} \frac{e^{\frac{1}{n} At}}{nA^{n-1}} \quad (3.3)$$

Einsetzen von b und A aus (3.2) liefert schließlich

$$\begin{aligned} V^{(n)}(s, t) &= \frac{(-1)^n}{n} e^{-i\pi n\alpha_0} \beta_0^n \left(\frac{s}{s_0}\right)^{n\alpha_0} \frac{e^{\frac{1}{n} \alpha'(\ln \frac{s}{s_0} - i\pi)t}}{s^{n-1} \alpha'^{n-1} (\ln \frac{s}{s_0} - i\pi)^{n-1}} = \\ &= \frac{(-1)^n}{n} e^{-i\pi n\alpha_0} \beta_0^n s_0^{1-n} \left(\frac{s}{s_0}\right)^{n\alpha_0 n+1} \frac{e^{-i\pi \frac{\alpha'}{n} t} \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\frac{\alpha'}{n} t}}{\alpha'^{n-1} (\ln \frac{s}{s_0} - i\pi)^{n-1}} = \\ &= \frac{\beta_0^n}{n(s_0 \alpha')^{n-1}} e^{-i\pi(n\alpha_0 - n + \frac{\alpha'}{n} t)} \frac{\left(\frac{s}{s_0}\right)^{n(\alpha_0 - 1) + \frac{\alpha'}{n} t}}{(\ln \frac{s}{s_0} - i\pi)^{n-1}} = \end{aligned}$$

$$= \frac{-\beta_0 n}{n(s_0 \alpha')^{n-1}} e^{-i\pi \alpha'_n(t)} \frac{\left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_n(t)}}{(\ln \frac{s}{s_0} - i\pi)^{n-1}} \quad (3.4)$$

$$\text{mit} \quad \alpha_n(t) = 1 + n(\alpha_0 - 1) + \frac{\alpha'}{n} t \quad (3.5)$$

Zur Berechnung des Schnitts von n Reggeonen mit dem Pomeron

$$P(s, t) = i s \sigma e^{ct} \quad (3.6)$$

gehen wir von (3.3) aus und erhalten

$$\begin{aligned} 2i(V^{(n)} * P)(s, t) &= \frac{-2s \sigma b^n}{n(sA)^{n-1}} \frac{1}{\pi s} e^{\frac{1}{n} At} * e^{ct} = \\ &= \frac{-2\sigma b^n}{n(sA)^{n-1} \left(\frac{A}{n} + c\right)} \exp\left(-\frac{A}{\frac{A}{c} + n} t\right) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Um den exponentiellen Abfall von $V(s, u)$ für $s \rightarrow \infty$ zu zeigen, benützen wir den exakten Ausdruck (2.12):

$$\begin{aligned} (e^{At} * e^{Bt})(s, z=1) &= e^{-\frac{s-4m^2}{2}(A+B)} \frac{e^{\frac{s-4m^2}{2}(A-B)} - e^{\frac{s-4m^2}{2}(A-B)}}{(s-4m^2)(A-B)} \\ &\xrightarrow{s \rightarrow \infty} \frac{e^{-sB} - e^{-sA}}{s(A-B)} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Auch die Divergenz von $(R * R)(s, t)$ für $s \rightarrow -\infty$ läßt sich unmittelbar aus der Formel (2.12) ersehen:

$$(e^{At} * e^{Bt})(s, z) \underset{s \rightarrow -\infty}{\sim} \frac{1}{-s} \exp\left(\frac{-s}{2}(A+B + \sqrt{A^2 + B^2 + 2ABz})\right) \quad (3.9)$$

A und B sind dabei positiv: $A = B = \alpha' \ln(-s)$.

A4: Stoßparameterdarstellung

Die Stoßparameterdarstellung $A(s, b)$ der Funktion $A(s, t)$ ist definiert durch die Fourier-Bessel-Transformation

$$A(s, b) = \int_0^\infty \sqrt{-t} \, d\sqrt{-t} \, J_0(b\sqrt{-t}) A(s, t) \quad (4.1)$$

mit der Umkehrung

$$A(s, t) = \int_0^\infty b \, db \, J_0(b\sqrt{-t}) A(s, b) \quad (4.2)$$

Ein Vergleich mit (1.8) zeigt, daß für große l und s gilt

$$A(s, b) \approx 2q_s^2 A_1(s) \quad \text{oder} \quad A_1(s) \approx \frac{2}{s} A(s, b) \quad (4.3)$$

Wegen der zu (2.4) analogen Relation (s. Ref.2)

$$\int_0^\infty b \, db \, J_0(b\sqrt{-t}) J_0(b\sqrt{-t_1}) J_0(b\sqrt{-t_2}) = \frac{2}{\pi} \frac{\theta(\tau(t, t_1, t_2))}{\sqrt{\tau(t, t_1, t_2)}} \quad (4.4)$$

$$\text{mit } \tau(t, t_1, t_2) = -t^2 - t_1^2 - t_2^2 + 2(tt_1 + tt_2 + t_1t_2)$$

entspricht der Näherungsausdruck (3.3) für $V^{(n)}(s, t)$ gerade einer n -fachen Multiplikation in der Stoßparameterdarstellung:

$$\frac{2}{s} V^{(n)}(s, b) \approx \left(\frac{2}{s} R(s, b) \right)^n$$

und daher

$$\frac{2}{s} V(s, b) \approx \frac{\frac{2}{s} R(s, b)}{1 - \frac{2}{s} R(s, b)} \quad (4.5)$$

sowie

$$\tilde{V}(s, b) \approx V(s, b) (1 + 2i \frac{2}{s} P(s, b)) \quad (4.6)$$

Zur Berechnung von $P(s, b)$ benützen wir die Formel (Ref.2)

$$\int_0^\infty \sqrt{-t} \, d\sqrt{-t} \, J_0(b\sqrt{-t}) e^{At} = \frac{1}{2A} \exp\left(-\frac{b^2}{4A}\right) \quad (4.7)$$

und erhalten so

$$R(s, b) = \frac{-\beta_0 e^{-i\pi\alpha_0} \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_0}}{2\alpha'(\ln\frac{s}{s_0} - i\pi)} \exp\left(-\frac{b^2}{4\alpha'(\ln\frac{s}{s_0} - i\pi)}\right) \quad (4.8)$$

A5: Berechnung von $R_1(s)$

Wir schreiben den Reggeterm wieder in der Form (3.1):

$$R(s, t) = -\beta_0 e^{-i\pi\alpha_0} \left(\frac{s-4m^2}{s_0}\right)^{\alpha_0} e^{At} \quad (5.1)$$

$$\text{mit } A = \alpha' \left(\ln \frac{s-4m^2}{s_0} - i\pi \right) \quad . \quad (5.2)$$

Die Substitution $t = \frac{1}{2}(s-4m^2)(z-1)$ gibt

$$R(s, z) = -\beta_0 e^{-i\pi\alpha_0 \left(\frac{s-4m^2}{s_0} \right)^{\alpha_0}} e^{-\frac{1}{2}(s-4m^2)A} e^{\frac{1}{2}(s-4m^2)Az} \quad . \quad (5.3)$$

Für die Partialwellenprojektion verwenden wir die Formel (Ref.31)

$$\frac{1}{2} \int_{-1}^1 dz e^{xz} P_l(z) = i^l j_l(-ix) \equiv \sqrt{\frac{\pi}{2x}} I_{l+\frac{1}{2}}(x) \quad (5.4)$$

und erhalten

$$R_l(s) = -\beta_0 e^{-i\pi\alpha_0 \left(\frac{s-4m^2}{s_0} \right)^{\alpha_0}} e^{-\frac{1}{2}B} \sqrt{\frac{\pi}{B}} I_{l+\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}B\right) \quad (5.5)$$

$$\text{mit } B = (s-4m^2)A = \alpha' (s-4m^2) \left(\ln \frac{s-4m^2}{s_0} - i\pi \right) \quad .$$

Die modifizierte Besselfunktion $I_\nu(x)$ kann für alle $x \in \mathbb{C}$ nach Potenzen von x^2 entwickelt werden (Ref.31):

$$I_\nu(x) = \left(\frac{1}{2}x\right)^\nu \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{1}{4}x^2\right)^k}{k! \Gamma(\nu+k+1)} \quad . \quad (5.6)$$

Daraus folgt

$$R_l(s) = -\frac{\beta_0 \sqrt{\pi}}{2} e^{-i\pi\alpha_0 \left(\frac{s-4m^2}{s_0} \right)^{\alpha_0}} e^{-\frac{1}{2}B} \left(\frac{B}{4}\right)^l \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{1}{4}B\right)^{2k}}{k! \Gamma(1+k+\frac{3}{2})} \quad . \quad (5.7)$$

Diese Form ist besonders für kleine $|B|$, also kleine Energien geeignet, während es im Bereich $s \geq 5 \text{ GeV}^2$ vorteilhafter ist, die Reduktionsformel (s. Ref.31)

$$I_{\frac{1}{2}+l}(x) = I_{\frac{1}{2}+l-2}(x) - \frac{2l-1}{x} I_{\frac{1}{2}+l-1}(x) \quad (5.8)$$

zu verwenden, woraus folgt

$$R_l(s) = R_{l-2}(s) - \frac{2}{B} (2l+1) R_{l-1}(s) \quad . \quad (5.9)$$

Mit dieser Formel lassen sich die $R_l(s)$ leicht aus den Ausgangsfunktionen $R_0(s)$ und $R_1(s)$ gewinnen, die gegeben sind durch

$$R_0(s) = -\beta_0 e^{-i\pi\alpha_0 \left(\frac{s-4m^2}{s_0} \right)^{\alpha_0}} \frac{1}{B} (1 - e^{-B}) \quad (5.10)$$

$$R_1(s) = -\beta_0 e^{-i\pi\alpha_0 \left(\frac{s-4m^2}{s_0} \right)^{\alpha_0}} \frac{1}{B} (1 + e^{-B}) - \frac{2}{B} R_0(s) \quad . \quad (5.11)$$

A n h a n g B

B1: Programme zur Pion-Pion-Streuung

Programm ALPHA

Dieses Programm dient zur Berechnung von

$$R_1(s) = F(s) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(B(s))^{2k}}{k! \Gamma(1+k+\frac{3}{2})}$$

für komplexe l -Werte, um aus der Bedingung $R(l=\alpha(s),s) = 1$ die Reggetrajektorie $\alpha(s)$ zu bestimmen.

Die Summe über k wird dabei durch die ersten 10 Terme angenähert und $1/\Gamma(z)$ nach Potenzen von z (bis z^{15}) entwickelt. Die Koeffizienten der Potenzreihe sind aus Ref.31 entnommen.

START BEN+VW MV0712
 U703AJ FREI FREI LFDIT
 EN E BEN+VW

REBERSETZE, SPRACHE=FTN,

QUELLE=/ FREMD

START PSEFTNCOMP (69,15)

ANFANG PROTOKOLL

```

000010      DIMENSION A(14)
000020      DATA A/.577215665,.,655878072,.,042002635,.,166538611,
000030      Q,.,042197735,.,0096219715,.,0072189432,.,0011651676,.,00021524167,
000040      Q,00012805028,.,000020134855,.,0000012504935,
000050      Q,0000011330272,.,00000020563384/
000060      COMPLEX D,Y,L,Z,IGA,FAK,G,X,R
000070      WRITE(6,1000)
000080      PI=3.14159265
000090      SO=1.
000100      S=.3
000110      DD2 KK=1,4
000120      S=S+.5
000130      W=S-.072868
000140      Y=.25***(ALOG(W/SO)-(.0,1.)*PI)
000150      D=(.0,-.5)*SQRT(PI*W/SO)*CEXP(-Z,*Y)
000160      L=(3.5,-.1)
000170      DD2 II=1,11
000180      WRITE(6,1001) SO,S
000190      L=L+(-3.,.1)
000200      DD2 JJ=1,30
000210      L=L+(-.1,.0)
000220      Z=L+1.5
000230      FAK=(1.,.0)
000240      IF(REAL(Z)=1.5) 7,8,8
000250      8 DD20 M=1,20
000260      IF(REAL(Z)=M-1.5) 5,20,20
000270      20 CONTINUE
000280      5 DD30 J=1,M
000290      30 FAK=FAK*(Z=J)
000300      Z=Z-M
000310      7 IGA=Z
000320      DD 40 K=1,14
000330      40 IGA=IGA+A(K)*Z**(K+1)
000340      IGA=IGA/FAK
000350      X=Y*Y
000360      G=(1.,.0)
000370      FAK=(1.,.0)
000380      DD6 K=1,10
000390      FAK=FAK*X/(K*(L+.5+K))
000400      6 G=G+FAK
000410      G=G*CEXP(L*CLUG(Y))*IGA*G
000420      R=-4.*G
000430      9 WRITE(6,1002) R,L
000440      2 CONTINUE
000450      STOP
000460      1000 FORMAT(1H1//10X,2H50,11X,1HS,10X,9HRE R(L,S), 9X,9HIM R(L,S),
000470      Z 9X,4HRE L, 9X,4HIM L)
000480      1001 FORMAT(//9X,F4.2,8X,F4.1)
000490      1002 FORMAT(24X,2F18.4,2F14.2)
000500      END
ENDE PROTOKOLL

```

Unterprogramme V(L,S) und POM(L,S)

Berechnung von $V_1(s) = gR_1(s)/(1-R_1(s))$ bzw. $P_1(s)$. Im Bereich $s > 5 \text{ GeV}^2$ wird hierfür die Reduktionsformel (5.7) bzw. (5.8) aus Anh.A5 verwendet, während für $s \leq 5 \text{ GeV}^2$ die Besselfunktion $I_{1+\frac{1}{2}}$ durch die ersten zehn Terme der Reihenentwicklung (5.5) aus Anh.A5 angenähert wird.

Der Faktor $\sigma(s)$ beim Pomeron steigt zwischen s_1 und s_2 in Form einer Parabel dritter Ordnung von 0 auf 0,5 an.

```

ANFANG; PROTOKOLL
000110 COMPLEX FUNCTION V(L,S)
000120 COMPLEX Y,H,X,F,R,FAK,V,A,B
000130 SO=1,
000140 BETA=4,
000150 G=.34
000160 PI=3.14159265359
000170 W=S-.077932
000180 IF(S<5.) 8,8,7
000190 9 Y=.25*W*(ALOG(W/SO)=(.0,1,.)*PI)*.9
000200 H=(1,.,0)
000210 IF(L) 2,2,3
000220 3 DU1 I=1,L
000230 1 H=H*(Y/(.5+I))
000240 2 X=Y*Y
000250 F=(1,.,0)
000260 FAK=(1,.,0)
000270 DUS <=1,10
000280 FAK=FAK*X/(X*(L+.5+K))
000290 5 F=F+FAK
000300 R=BETA*(.0,1,.)**SQRT(W/SO)*CEXP(-2,*,Y)*H*F
000310 V=G**R/(1,-R)
000320 RETURN
000330 9 Y=H*(ALOG(W/SO)=(.0,1,.)*PI)*.9
000340 B=(.0,1,.)*BETA**SQRT(W/SO)*(1,-CEXP(-Y))/Y
000350 IF(L) 4,4,5
000360 4 V=G**B/(1,-B)
000370 RETURN
000380 5 A=(.0,1,.)*BETA**SQRT(W/SO)*(1.+CEXP(-Y))/Y
000390 DU7 I=1,L
000400 R=A*(2,*,1,-.)*B**2./Y
000410 A=3
000420 7 B=R
000430 V=G**R/(1,-R)
000440 END
ENDE PROTOKOLL

ERZEIGTES MD 1 V
ÜBERSETZUNG FEHLERFREI

ENDE PSCTNCOMP (69,18) 0.58

```

START PS&FTNCOMP (59,18)

```

ANFA 15 PROTOCALL
000450 FUNCTION PJM(L,3)
000460 C=4,
000470 S1=,3
000480 S2=1,6
000490 IF(S=S1) 10,10,20
000500 10 PUM=,0
000510 RETURN
000520 20 IF(S=S2) 30,40,40
000530 30 SIGMA=,5+1,5*(S=,5*(S1+S2))/(S2-S1)+2,*{(S=,5*(S1+S2))/(S2-S1))*
000540 SIGMA=SIGMA*,5
000550 GO TJ 50
000560 40 SIGMA=,5
000570 50 W=S=,077932
000580 S0=1,
000590 BETA=4,
000600 PI=3,1415925536
000610 IF(S=5,) 8,8,7
000620 8 Y=,25*W*C
000630 W=1,
000640 IF(L) 2,2,3
000650 3 DO1 I=1,L
000660 1 H={*Y/(,5+I)}
000670 2 X=Y*Y
000680 F=1,
000690 FAK=1,
000700 DO5 K=1,10
000710 FAK=FAK*X/(K*(L+,2+K))
000720 5 F=F+FAK
000730 PUM=SIGMA*S*EXP(-Z,*Y)*4*F
000740 RETURN
000750 9 Y=4*C
000760 B=SIGMA*S*(1,-EXP(-Y))/Y
000770 IF(L) 4,4,5
000780 4 PUM=3
000790 RETURN
000800 5 A=SIGMA*S*(1,+EXP(-Y))/Y
000810 DO7 I=1,L
000820 PUM=A-(2,*I-1,)*B*2, /Y
000830 A=3
000840 7 B=PUM
000850 RETURN
000860 END
ENDE PROTOCALL

```

ERZEIGTES MD 1 PJM
 UEBERSATZUNG FEHLERFREI

ENDE PS&FTNCOMP (69,18) 0,59

Programm RESON 1

Dieses Programm dient zur graphischen Aufzeichnung des elastischen und totalen Wirkungsquerschnitts sowie des Pomeronbeitrags für den $l=1$ - Kanal der Pion-Pion-Streuung, wobei der totale Wirkungsquerschnitt über das Optische Theorem gewonnen wird.

Die Partialwellenentwicklung geht bis $l=20$, was im hier betrachteten Energiebereich ($4m^2 < s \leq 9 \text{ GeV}^2$) eine gute Näherung darstellt.

```

021*J703AJ-TAB=JRAUN W          RESUN  -M2      LRZM T2440-D 11.01.74 UV1366 SEI
PART BEN+VW MV1213
03AJ FREI FREI LFDTT
04E BEN+VW

UEBERSETZE, SPRACHE=FTN,          QUELLE=/ FREMDSTR!

PART PS&FTNCOMP (59.18)

NRANS PROTKOLL
00010      EXTERNAL WQ,WQT
00020      EXTERNAL DFR
00030      CALL PFUNC(42,28,3,1081,'l=1 ELAST, UNO TOTALER WQ','M(PIPI) GE
00040      1V','MBARN')
00050      CALL PFUNC(42,28,3,10,'TOTALER WQ','M(PIPI) GEV','MBARN')
00060      CALL PFUNC(DFR,90,2,10,'DIFFERANZ EIL AN TOT.WQ','M(PIPI) GEV',
00070      1'MBARN')
00080      CALL PLNT(0,0,4)
00090      STOP
00100      END
01E PROTKOLL

RZEUGTES MO 1 STOP
UEBERSETZUNG FUEHRE FREI

04E PS&FTNCOMP (69,18) 0.42

```

START PSEFTNCOMP (59,18)

```

ANFA 15 PROTOCOLL
000873 FUNCTION WQ(P)
000883 COMPLEX V
000893 S=P*P
000903 PI=3,14159255359
000913 RHJ=SQRT(1.,.077932(S)
000923 WQ=,0
000933 L=-1
000943 DU2 J=1,10
000953 L=L+2
000963 AP=PJM(L,S)
000973 2 WQ=WQ+(2,*.L+1,)*CAB((0,2,)*AP+2,*.V(L,S)*(1,=2,*.RHJ*AP))**2
000983 WQ=WQ*32,*.PI/(S*2,57)
000993 RETURN
001003 END
ENDE PROTOCOLL

```

ERZEUGTES MO I WQ
UEBERSETZUNG FEHLERFREI

ENDE PSEFTNCOMP (59,18) 0,42

START PSEFTNCOMP (59,18)

```

ANFA 15 PROTOCOLL
001013 FUNCTION WQT(P)
001023 COMPLEX V
001033 PI=3,14159255359
001043 S=P*P
001053 RHJ=SQRT(1.,.077932(S)
001063 WQT=,0
001073 L=-1
001083 DU1 I=1,10
001093 L=L+2
001103 AP=PJM(L,S)
001113 1 WQT=WQT+(2,*.L+1,)*(6,*.AP+AIMAG(2,*.V(L,S)*(1,=2,*.RHJ*AP))
001123 WQT=WQT*(32,*.PI/(2,57)/SQRT(S*(S,077932))
001133 END
ENDE PROTOCOLL

```

ERZEUGTES MO I WQT
UEBERSETZUNG FEHLERFREI

ENDE PSEFTNCOMP (59,18) 0,45

START PSEFTNCOMP (59,18)

```

ANFA 15 PROTOCOLL
001143 FUNCTION OFR(P)
001153 PI=3,14159255359
001163 S=P*P
001173 OFR=,0
001183 L=-1
001193 DU1 I=1,10
001203 L=L+2
001213 1 OFR=OFR+(2,*.L+1,)*2,*.PJM(L,S)
001223 OFR=OFR*(32,*.PI/(2,57)/SQRT(S*(S,077932))
001233 END
ENDE PROTOCOLL

```

Programm ARGAND

Berechnet Real- und Imaginärteil der $\pi^+\pi^-$ -Partialwellen-amplituden im Bereich $0,3 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 4 \text{ GeV}$.

```
ANFANG PROTOKOLL
000010 COMPLEX V,A(2)
000020 WRITE(6,1000)
000030 P=.25
000040 D(2 1=1,75
000050 P=P+.05
000060 S=P*P
000070 RHO=SQRT(1,-.077932/S)
000080 L=1
000090 DEL J=1,2
000100 L=L+1
000110 AP=POM(L,S)
000120 1 A(J)=(,0,1,)*AP+V(L,S)*(1.- 2,*,RHO*AP)
000130 2 WRITE(6,1002) P,A
000140 STOP
000150 1000 FORMAT(1H1,////)
000160 1002 FORMAT(F10,2,2E16,3,4X,2E16,3/)
000170 END
ENDE PROTOKOLL
```

Programm RESON 2

Zeichnet erstens den Verlauf von $\text{Im } \tilde{V}(s,0)$ (bis $s=5 \text{ GeV}^2$) und zweitens die Hochenergieapproximation dieser Größe, bestehend aus den Imaginärteilen von $R(s,0)$, $(R*P)(s,0)$, $(R*R)(s,0)$, $(R*R*P)(s,0)$, $(R*R*R)(s,0)$ und $(R*R*R*P)(s,0)$.

```

START BEH+VW MVC619
J703 LEFNTT LFD11 LFD22
J703 LEFNTT LFD11 LFD22 LFD33 LFD44
ENDE BEH+VW C.12

```

JUEBERSETZE, SPRACHE=FTH,

QUELLE=/ FREP

START PS&FTNCMP (70.18)

```

ANFANG PROTEKOLL
000010      EXTERNAL VSC,RS3
000020      CALL PFLHC(VSC,.080,5.,.082,'IM V(S,C)'),'S GEV**2','IM V')
000030      CALL PFLHC(RS3,.080,5.,.0,'HUCHEN,APPROX.'),'S GEV**2','IM V')
000040      CALL PFLT(0.,C.,4)
000050      STOP
000060      END
ENDE PROTEKOLL

```

ERZUGTES MC : STCMF
 UEBERSETZUNG FEHLERFREI

ENDE PS&FTNCMP (70.18) C.41

START PS&FTNCMP (70.18)

```

ANFANG PROTEKOLL
000070      FUNCTION VSC(S)
000080      COMPLEX V
000090      RHO=SQRT(1.-.C77932/S)
000100      VSO=.C
000110      L=-1
000120      DO1 I=1,2C
000130      L=L+1
000140      1 VSO=VSO+(2.*L+1.)*AIMAG(V(L,S))*(1.-2.*RHC*PDM(L,S))
000150      END
ENDE PROTEKOLL

```

ERZEUGTES MC : VSC
 UEBERSETZUNG FEHLERFREI

ENDE PS&FTNCMP (70.18) C.45

START PS&FTNCMP (70.18)

```

ANFANG PROTEKOLL
000160      FUNCTION RS3(S)
000170      COMPLEX A,V1,V2,V3
000180      C=.3.
000190      G=.34
000200      PI=.1415926536
000210      W=S-.C77932
000220      RHO=SQRT(W/S)
000230      A=.6*(ALPH(W)-(0.,1.)*PI)
000240      V1=(C./4.)*G*SQRT(W)*(1.-RHO/(A+C))
000250      V2=-8.*G/A*(1.-RHC/(.5*A+C))
000260      V3=(C.-64.)*C*(1.-RHO/(A/3.+C))/(3.*SQRT(W)*A*A)
000270      RS3=AIMAG(V1+V2+V3)
000280      END

```

Programm VST

Zeichnet Im $\tilde{V}(s,t)$ in Abhängigkeit von t im Bereich $0 \leq -t \leq 3 \text{ GeV}^2$ bei $s=16$ und 100 GeV^2 . Die Funktion $\tilde{V}(s,t)$ wird dabei durch Summation der n -Reggeon- (Pomeron-) Schnittbeiträge bis zu $n=20$ nach Formel (3.7) im Anh.A3 berechnet.

ANFANG PROTOKOLL

```
000010 EXTERNAL VST
000020 DIMENSION S(2)
000030 DATA S/16.,100./
000040 CALL PRAMP3(VST,.0,3.,S,2,-001.,'IM V(S,T)', 'T GEV**2', 'IM V')
000050 CALL PLUT(0,0,4)
000060 STOP
000070 END
ENDE PROTOKOLL
```

ERZEUGTES MD : STOP
ÜBERSETZUNG FEHLERFREI

ENDE PS&FTNCOMP (69,18) 0,35

START PS&FTNCOMP (69,18)

ANFANG PROTOKOLL

```
000080 FUNCTION VST(T,S)
000090 COMPLEX V
000100 VST=AIMAG(V(S,T))
000110 END
ENDE PROTOKOLL
```

ERZEUGTES MD : VST
ÜBERSETZUNG FEHLERFREI

ENDE PS&FTNCOMP (69,18) 0,35

START PS&FTNCOMP (69,18)

ANFANG PROTOKOLL

```
000120 COMPLEX FUNCTION V(S,T)
000130 COMPLEX A,U,V
000140 S=1.
000150 BETA=4.
000160 PI=3.14159265359
000170 C=4.
000180 A=.9*(ALOG(S/S0))-(0.1)*PI
000190 V=(0.,0.)
000200 DO2 I=1,17
000210 H=S**A*((0.1)*BETA*SQRT(S/S0)/(S*A))**4/V
000220 2 V=V+D*(CEXP(-T*A/V)- CEXP(-T/(1./C+V/A)))/(A/V+C))
000230 V=.34*V
000240 END
ENDE PROTOKOLL
```

Programm VSB

Dieses Programm zeichnet den Verlauf von Real- und Imaginärteil der Stoßparameterdarstellung $\frac{2}{s} \tilde{V}(s,b)$ im Bereich $0 \leq b \leq 2,5$ Fermi für feste s-Werte. Die Berechnung von $\tilde{V}(s,b)$ geschieht über die im Anhang A4 angegebenen Formeln.

ANFANG PROTOKOLL

```
000010 EXTERNAL AIMV1,AIMV2,AIMV3,REV1,REV2,REV3
000020 CALL PFJNC( KEV1,0,2,5,-081,'STOSSPARAM,DARST,1,'B FERMI',
000030 1'RE R(S,B)*2/S')
000040 CALL PFJNC( KEV2,0,2,5,0,'RE V(S,B)*2/S','B FERMI',1'RE R(S,B)
000050 1')
000060 CALL PFJNC( KEV3,0,2,5,0,'RE V(S,B)*2/S','B FERMI',1'RE R(S,B)
000070 1')
000080 CALL PFJNC(AIMV1,0,2,5,-081,'STOSSPARAM,DARST,1,'B FERMI',
000090 1'IM R(S,B)*2/S')
000100 CALL PFJNC(AIMV2,0,2,5,0,'IM V(S,B)*2/S','B FERMI',1'IM R(S,B)
000110 1')
000120 CALL PFJNC(AIMV3,0,2,5,0,'IM V(S,B)*2/S','B FERMI',1'IM R(S,B)
000130 1')
000140 CALL PLUT(1,0,0,4)
000150 STOP
000160 END
ENDE PROTOKOLL
```

ERZEUGTES MO : STOHP
JEHERSETZUNG FEHLERFREI

ENDE PS&FTNCMP (69,18) 0,45

START PS&FTNCMP (69,18)

ANFANG PROTOKOLL

```
000170 COMPLEX FUNCTION R(S,B)
000180 COMPLEX A,X,V
000190 SO=1.
000200 BETA=4.
000210 PI=3.14159265359
000220 X=B/.19732
000230 A=(ALOG(S/SO)-(.0,1.)*PI)*.9
000240 R=(.0,1.)*BETA*SQRT(S/SO)*CEXP(-X**X*.25/A)/(S*A)
000250 RETJRN
000260 END
ENDE PROTOKOLL
```

ERZEUGTES MO : R
JEHERSETZUNG FEHLERFREI

ENDE PS&FTNCMP (69,18) 0,45

START PS&FTNCMP (69,18)

ANFANG PROTOKOLL

```
000270 FUNCTION AIMV1(B)
000280 COMPLEX R,V
000290 S=10.
000300 AIMV1=.34*AIMAJ(R(S,B))
000310 END
```

0564*U703AJ-TAB-BRAUN W

ENDE PROTOKOLL

ERZEUGTES MD : AIMV1
UEBERSETZUNG FEHLERFREI

ENDE PS&FTNCOMP (69.18) 0.31

START PS&FTNCOMP (69.18)

ANFANG PROTOKOLL

```

000320      FUNCTION REV1(3)
000330      COMPLEX R,V
000340      S=10.
000350      REV1=.34*REAL(R(S,B))
000360      END
ENDE PROTOKOLL

```

ERZEUGTES MD : REV1
UEBERSETZUNG FEHLERFREI

ENDE PS&FTNCOMP (69.18) 0.31

START PS&FTNCOMP (69.18)

ANFANG PROTOKOLL

```

000370      FUNCTION AIMV2(8)
000380      COMPLEX R,V
000390      S=10.
000400      V=R(S,B)
000410      V=.34*V/(1.-V)
000420      AIMV2=AIMAG(V)
000430      END
ENDE PROTOKOLL

```

ERZEUGTES MD : AIMV2
UEBERSETZUNG FEHLERFREI

ENDE PS&FTNCOMP (69.18) 0.33

START PS&FTNCOMP (69.18)

ANFANG PROTOKOLL

```

000440      FUNCTION REV2(3)
000450      COMPLEX R,V
000460      S=10.
000470      V=R(S,B)
000480      V=.34*V/(1.-V)
000490      REV2=REAL(V)
000500      END
ENDE PROTOKOLL

```

ERZEUGTES MD : REV2
UEBERSETZUNG FEHLERFREI

ENDE PS&FTNCOMP (69.18) 0.33

START PS&FTNCOMP (69.18)

ANFANG PROTOKOLL

```

000510      FUNCTION AIMV3(8)
000520      COMPLEX R,V
000530      C=4.

```

0564*U703AJ-TAB-BRAUN W

```

000540      S=10.
000550      X=B/.19732
000560      P=EXP(-.25*X*X/C)/C
000570      V=R(S,B)
000580      V=.34*(1.-P)*V/(1.-V)
000590      AIMV3=AIMAG(V)
000600      END
ENDE PROTOKOLL

```

ERZEUGTES MD : AIMV3
 UEBERSETZUNG FEHLERFREI

ENDE PS&FTNCOMP (69,18) 0.39

START PS&FTNCOMP (69,18)

```

ANFANG PROTOKOLL
000610      FUNCTION REV3(3)
000620      COMPLEX R,V
000630      C=4.
000640      S=10.
000650      X=B/.19732
000660      P=EXP(-.25*X*X/C)/C
000670      V=R(S,B)
000680      V=.34*(1.-P)*V/(1.-V)
000690      REV3=REAL(V)
000700      END
ENDE PROTOKOLL

```

ERZEUGTES MD : REV3
 UEBERSETZUNG FEHLERFREI

ENDE PS&FTNCOMP (69,18) 10.39
 MONTIERE

START PS&MONTSEGM (13,16)

ENDE PS&MONTSEGM (13,16) 6.26
 *STARTE, DUMP=F-NEST, DATEI=4-STANZ,

DATEN=

START STDHP
 STOP

ENDE STDHP 7.65

Programm DIFF

Zeichnet die differentiellen Wirkungsquerschnitte der verschiedenen Pion-Pion-Streuprozesse bis $-t=3 \text{ GeV}^2$ für $s=15, 30$ und 100 GeV^2 im logarithmischen Maßstab auf. Berechnung von $\tilde{V}(s,t)$ und $\tilde{V}(s,u)$ nach Anhang A3; dabei werden sämtliche Schnittbeiträge bis $n=20$ berücksichtigt.

ANFANG PROTOKOLL

```
000010 EXTERNAL DIFF
000020 EXTERNAL DIFF1
000030 DIMENSION S(3)
000040 DATA S/15.,30.,100./
000050 CALL PFAMFU(DIFF,0,3,,S,3,281,'PI+PI+ DIFF WQ',
000060 1'-T GEV**2','MBARN/GEV**2')
000070 CALL PFAMFU(DIFF1,0,3,,S,3,281,'PIPIO DIFF WQ',
000080 1'-T GEV**2','MBARN/GEV**2')
000090 CALL PLOT(,3,0,4)
000100 STOP
000110 END
ENDE PROTOKOLL
```

ERZEUGTES MD 1 STOP
UEBERSETZUNG FEHLERFREI

ENDE PS&FTNCOMP (69,18) 0,42

START PS&FTNCOMP (69,18)

ANFANG PROTOKOLL

```
000120 FUNCTION DIFF(T,S)
000130 COMPLEX V
000140 PI=3.14159265359
000150 C=3.
000160 DIFF=CABS((,0,5)*S*EXP(-T*C)+VU(S,T))**2*64.*PI/(2.57*S*(S=
000170 Z,077932))
000180 END
ENDE PROTOKOLL
```

ERZEUGTES MD 1 DIFF
UEBERSETZUNG FEHLERFREI

ENDE PS&FTNCOMP (69,18) 0,36

START PS&FTNCOMP (69,18)

ANFANG PROTOKOLL

```
000190 FUNCTION DIFF1(T,S)
000200 COMPLEX V
000210 PI=3.14159265359
000220 C=3.
000230 DIFF1=CABS((,0,5)*S*EXP(-T*C)+.5*V(S,T)+.5*VU(S,T))**2*64.*PI/
000240 Z(2.57*S*(S=,077932))
000250 END
ENDE PROTOKOLL
```

1323*J703AJ-TAB-BRAUN W

DIFF M2

LRZM TR440-D 06.02.74 DV1369

START PSEFTNCOMP (59,18)

```

ANFANG PROTOKOLL
000260 COMPLEX FUNCTION V(S,T)
000270 COMPLEX A,D,V
000280 SO=1,
000290 BETA=4,
000300 C=3,
000310 E=1,
000320 PI=3,14159265359
000330 A=.9*(ALOG(S/SO)-(,0,1.)*PI)
000340 V=(,0,0)
000350 DO2 N=1,20
000360 D=S*A*((,0,1.)*BETA*SQRT(S/SO)/{S*A})**N/N
000370 2 V=V+D*(EXP(-T*A/N)-E*EXP(-T/(1./C+N/A)))/(A/N+C)
000380 V=.34*V
000390 END
ENDE PROTOKOLL

```

ERZEUGTES MO : V
UEBERSETZUNG FEHLERFREI

ENDE PSEFTNCOMP (69,18) 0,53

START PSEFTNCOMP (59,18)

```

ANFANG PROTOKOLL
000400 FUNCTION VU(S,T)
000410 BETA=4,
000420 SO=1,
000430 C=3,
000440 E=1,
000450 PI=3,14159265359
000460 A=.9*(ALOG(S/SO)
000470 VU=,0
000480 DO2 N=1,20
000490 D=-S*A*(BETA*SQRT(S/SO)/{S*A})**N/N
000500 2 VU=V+D*(EXP(-T*A/N)-E*EXP(-T/(1./C+N/A)))/(A/N+C)
000510 VU=.34*VU
000520 END
ENDE PROTOKOLL

```

ERZEUGTES MO : VJ
UEBERSETZUNG FEHLERFREI

ENDE PSEFTNCOMP (69,18) 0,45

MMINTIERE

STAKT PSEMTNTSEGM (13,16)

ENDE PSEMTNTSEGM (13,16) 5,21
BSTARTE,

DATEN=

START STOPP

FOUPLST PROZEDUR LABELS, STATISTIK ITER= 5 REST= 1

B2: Programme zur Pion-Nukleon-Ladungsaustauschstreuung

Programm CEXFIT

Dieses Programm berechnet für einen einzugebenden Parametersatz $C(1) \dots C(7)$ den totalen und differentiellen Wirkungsquerschnitt und die Polarisierung sowie die jeweiligen Fehlerquadrate an den Meßpunkten und deren Summe.

Die Meßdaten und das Quellprogramm sind auf LFD gespeichert, so daß Konsolenbenützung möglich ist.

Außer den sieben Parametern $C(1)=g_0$, $C(2)=\beta_0/s_0$, $C(3)=s_0$, $C(4)=g_1$, $C(5)=\beta_1/s_1$, $C(6)=s_1$ und $C(7)=\alpha_0$ (vgl. Kapitel IV) sind noch vier weitere Parameter einzugeben: CHIMIN, N1, N2, CORR1 und CORR2. Beim differentiellen Wirkungsquerschnitt werden nur Punkte ausgedruckt, deren Fehlerquadrat die Größe CHIMIN überschreitet (was für den Konsolenbetrieb nützlich ist). Die Normierungsfaktoren $C(1)$ und $C(4)$ werden unabhängig vom eingegebenen Wert an den Meßpunkt Nr. N1 des totalen und Nr. N2 des differentiellen Wirkungsquerschnitts angepaßt. Mit CORR1 und CORR2 kann die Normierung noch verbessert werden.

0977*U703AJ-TAB-IRAJIN W

LFD33C SEITE

1

10.06.74

LRZ=NU

START BEN+VW MV0221
U703AJ LFD33 FREI LFDTT
ENDE BEN+VW

BEINSCHLEUSE, NAME=LFD33.U703AJCDAT, LFD, MODUS=LESEN

EINGESCHL.: U703AJCDAT(0001.00) BKZ: LFD33
BEINSCHL., LFD33.U703AJCEX, LFD, MODUS=LESEN

EINGESCHL.: U703AJCEX(0001.00) BKZ: LFD33
BEINSCHL., S.=FTN, U.=U703AJCEX

START PS&FTNCOMP (70,18)

ANFANG PROTOKOLL

```

000001 COMPLEX A,B,V
000002 COMPLEX A,B,V,V1,V2,V2ST,GRADA(4),GRADB(4)
000003 REAL C(7),P1(32),X1(32),DX1(32),GRCHI1(7),P2(84),T2(84),X2(84)
000004 REAL DX2(84),GRCHI2(7),P3(16),T3(16),X3(16),DX3(16),GRCHI3(7)
000005 PM=.939
000006 PIM=.139
000007 PI=.1415926536
000008 REWIND 3
000009 READ(3,2000) P1
000010 READ(3,2001) X1
000011 READ(3,2001) DX1
000012 READ(3,2000) P2
000013 READ(3,2001) T2
000014 READ(3,2000) X2,DX2
000015 READ(3,2003) T3,P3
000016 READ(3,2002) X3,DX3
000017 READ(5,3000) CHIMIN,N1,N2,CURR1,CURR2
000018 READ(5,3001) C
000019 IF(N1) 21,21,20
000020 20 PL=P1(N1)
000021 X=X1(N1)
000022 S=PM*PM+PIM*PIM+2.*PM*SQRT(PL*PL+PIM*PIM)
000023 C(1)=-X*PL*2.571/AIMAG(V(S,0,C(2),C(3),C(7)))
000024 C(1)=C(1)+CURR1
000025 21 IF(N2) 23,23,22
000026 22 PL=P2(N2)
000027 T=T2(N2)
000028 X=X2(N2)
000029 S=PM*PM+PIM*PIM+2.*PM*SQRT(PL*PL+PIM*PIM)
000030 W=S-1.16
000031 GRADA(1)=V(S,T,C(2),C(3),C(7))-VU(S,T,C(2),C(3),C(7))
000032 A=C(1)*GRADA(1)
000033 B=(V(S,T,C(5),C(6),C(7))-VU(S,T,C(5),C(6),C(7)))*C(6)/
000034 ST=-(T/(4.*PM*PM))*(S-(S*PM*PM-PIM*PIM)**2/(4.*PM*PM+T))
000035 G=(X**32.*PI*PL*PL*.002571-(1.+T/(4.*PM*PM))*CABS(A)**2)/(ST*C
000036 Z)**2)
000037 C(4)=SQRT(G)
000038 C(4)=C(4)+CURR2
000039 23 CONTINUE
000040 C TLTALEK WIRKUNGSQUERSCHNITT
000041 CHI1=C
000042 DO10 J=1,7
000043 10 GRCHI1(J)=.0

```

```

000044 DD1 I=1,32
000045 PL=PL(I)
000046 X=X1(I)
000047 DX=DX1(I)
000048 S=PM*PI+PIH*PIH+2, *PM*SQRT(PL*PL+PIH*PIH)
000049 W=S-1,16
000050 A=C(1)*V(S,0,C(2),C(3),C(7))
000051 Y=-AIMAG(A)/(PL*2,571)
000052 FQ=((X-Y)/DX)**2
000053 CHI1=CHI1+FQ
000054 D=2,*(X-Y)/(DX*DX*PL*2,571)
000055 GRCHI1(1)=GRCHI1(1)-D*AIMAG(A/C(1))
000056 1 CONTINUE
000057 C DIFFERENTIELLER WQ
000058 WRITE(9,1010)
000059 CHI2=.0
000060 DD12 J=1,7
000061 12 GRCHI2(J)=.0
000062 DD2 I=1,84
000063 PL=P2(I)
000064 T=T2(I)
000065 X=X2(I)
000066 DX=DX2(I)
000067 S=PM*PM+PIH*PIH+2, *PM*SQRT(PL*PL+PIH*PIH)
000068 W=S-1,16
000069 A=C(1)* (V(S,T,C(2),C(3),C(7))=VU(S,T,C(2),C(3),C(7)))
000070 B=C(4)* (V(S,T,C(5),C(6),C(7))=VU(S,T,C(5),C(6),C(7))) *C(6)/W
000071 ST=-(T/(4, *PM*PM)) * (S-(S+PM*PM=PIH*PIH)**2/(4, *PM*PM*T))
000072 Y=((1.+T/(4, *PM*PM)) *CABS(A)**2+ST*CABS(B)**2)/(32, *PI*PL*PL*
000073 Z,002571)
000074 FQ=((X-Y)/DX)**2
000075 CHI2=CHI2+FQ
000076 D=2,*(X-Y)/(DX*DX*16, *PI*PL*PL*,002571)
000077 GRCHI2(4)=GRCHI2(4)+D*ST*REAL(CUNJG(B)*B/C(4))
000078 IF(FQ-CHIMIN) 2,25,25
000079 25 WRITE(9,1005) PL,T,Y,X,DX,FQ
000080 2 CONTINUE
000081 C POLARISATION
000082 WRITE(9,1020)
000083 CHI3=.0
000084 DD14 J=1,7
000085 14 GRCHI3(J)=.0
000086 DD3 I=1,16
000087 PL=P3(I)
000088 T=T3(I)
000089 X=X3(I)
000090 DX=DX3(I)
000091 S=PM*PM+PIH*PIH+2, *PM*SQRT(PL*PL+PIH*PIH)
000092 W=S-1,16
000093 A=C(1)* (V(S,T,C(2),C(3),C(7))=VU(S,T,C(2),C(3),C(7)))
000094 B=C(4)* (V(S,T,C(5),C(6),C(7))=VU(S,T,C(5),C(6),C(7))) *C(6)/W
000095 ST=-(T/(4, *PM*PM)) * (S-(S+PM*PM=PIH*PIH)**2/(4, *PM*PM*T))
000096 Y=((1.+T/(4, *PM*PM)) *CABS(A)**2+ST*CABS(B)**2)/(32, *PI*PL*PL)
000097 SQ=SQRT(T*(1.-T*S/(4, *PM*PM*PL*PL)))/(32, *PI*PM*PL)
000098 PQL= 100, *SQ*AIMAG(A*CONJG(B))/Y
000099 FQ=((X-PQL)/DX)**2
000100 CHI3=CHI3+FQ
000101 D=2,*(X-PQL)/(DX*DX*Y)
000102 3 WRITE(9,1005) PL,T,PQL,X,DX,FQ
000103 CHI=CHI1+CHI2+CHI3
000104 WRITE(9,1003) CHI1,CHI2,CHI3,CHI
000105 WRITE(9,1007)

```

0977*U703AJ-TAB-BRAUN W

LFD33C SEITE

3

10.06.74

LRZ-MU

```

000106      WRITE(9,1006) C
000107      WRITE(9,1014)
000108      WRITE(9,1024) GRCHI1(1),GRCHI2(4)
000109      STOP
000110 1010 FORMAT(1H1//5X,'PLAB',9X,'-T',13X,'DIFFWQ(TH)',6X,'DIFFWQ(EXP
000111      Z11X,'TLL',14X,'CHI'//)
000112 1020 FORMAT( // 5X,'PLAB', 9X,'-T',15X,'POL(TH)',10X,'POL(EXP)',1
000113      Z'TLL',14X,'CHI'//)
000114 1002 FORMAT(F 9.2,2X,3F18.3,F17.2)
000115 1005 FORMAT(F 9.2,F13.3,2X,4F17.2)
000116 1003 FORMAT(///1X,'CHI(WQT) =',F7.3,9X,'CHI(DIFF) =',F9.3,9X,
000117      Z'CHI(POL) =',F7.3,9X,'CHI =',F9.3///)
000118 1007 FORMAT( 3X,'C(1)',11X,'C(2)',11X,'C(3)',11X,'C(4)',11X,'C(5)',
000119      Z'C(6)',11X,'C(7)'//)
000120 1006 FORMAT(F9.5,6F15.5//)
000121 1014 FORMAT(25X,'NORMIERUNG'//)
000122 1024 FORMAT(F9.2,30X,F15.3///)
000123 2000 FORMAT(13F6.2)
000124 2001 FORMAT(13F6.3)
000125 2002 FORMAT(20F4.0)
000126 2003 FORMAT(16F4.2)
000127 3000 FORMAT(F4.1,2I3,F8.5,F10.5)
000128 3001 FORMAT(7F7.3)
000129      END
ENDE PROTOKOLL

```

ERZEUGTES MD : STUHP
 UEBERSETZUNG FEHLERFREI

ENDE PS&FTNCOMP (70.18) 2.38

START PS&FTNCOMP (70.18)

ANFANG PROTOKOLL

```

000130 COMPLEX FUNCTION V(S,T,GAMMA,SO,ALPHA)
000131 COMPLEX A
000132 PI=3.1415926536
000133 W=S-1.16
000134 A=(ALOG(W/SO)-(0.0,1.)*PI)*(1.-ALPHA)/.585
000135 V=(0.,0)
000136 DO2 N=1,10
000137 2 V=V+W*EXP(-(N*.585+T/N)*A)*A*(GAMMA/A)**N/N
000138      END
ENDE PROTOKOLL

```

ERZEUGTES MD : V
 UEBERSETZUNG FEHLERFREI

ENDE PS&FTNCOMP (70.18) 0.55

START PS&FTNCOMP (70.18)

ANFANG PROTOKOLL

```

000139 FUNCTION VU(S,T,GAMMA,SO,ALPHA)
000140 P1=3.1415926536
000141 W=S-1.16
000142 A=ALOG(W/SO)*(1.-ALPHA)/.585
000143 VU=.0
000144 DO2 N=1,10
000145 2 VU=VU-W*EXP(-(N*.585+T/N)*A)*A*(GAMMA/A)**N/N
000146      END
ENDE PROTOKOLL

```

Programm CEDIFF

Berechnet für gegebene Parameterwerte C(1)...C(7) den differentiellen Wirkungsquerschnitt bei verschiedenen Energien (vgl. Bild 33).

ANFANG PROTOKOLL

```

000010 COMPLEX A,B,V
000020 REAL C(7),PLAB(6)
000030 DATA C/ -1.34919,39.,.02,239,250,5.4,22.,53/
000040 DATA PLAB/4.83,5.85,6.,10.,13.3,18.2/
000050 PM=.939
000060 PIM=.139
000070 PI=3.1415926536
000080 WRITE(6,1000)
000090 WRITE(6,1007)
000100 WRITE(6,1006) C
000110 WRITE(6,1001)
000120 DDZ J=1,6
000130 PL=PLAB(J)
000140 S=PM*PM+PIM*PIM+2.*PM*SQRT(PL*PL+PIM*PIM)
000150 W=S-1.16
000160 T=-.05
000170 DDZ I=1,61
000180 T=T+.05
000190 A=C(1)*(V(S,T,C(2),C(3),C(7))-VU(S,T,C(2),C(3),C(7)))
000200 B=C(4)*(V(S,T,C(5),C(6),C(7))-VU(S,T,C(5),C(6),C(7)))*C(6)/W
000210 ST=-(T/(4.*PM*PM))*(S-(S+PM*PM+PIM*PIM)**2/(4.*PM*PM*T))
000220 Y=((1.+T/(4.*PM*PM))*CABS(A)**2*ST*CABS(B)**2)/(92.*PI*PL*PL*
000230 Z.002571)
000240 YL=ALOG10(Y)
000250 2 WRITE(6,1002) PL,T,Y,YL
000260 STUP
000270 1000 FORMAT(1H1///)
000280 1007 FORMAT(10X,'C(1)',12X,'C(2)',12X,'C(3)',12X,'C(4)',12X,'C(5)',12
000290 Z'C(6)',12X,'C(7)'/)
000300 1006 FORMAT(7F16.6)
000310 1001 FORMAT(//9X,'PLAB',10X,'-T',11X,'DIFF',11X,'LOG(DIFF)'/)
000320 1002 FORMAT(2F13.2,F15.2,F17.3)
000330 END
ENDE PROTOKOLL

```

Programm AWQPOL

Berechnet für gegebene Parameterwerte C(1)...C(7) den totalen Wirkungsquerschnitt, die Polarisation und die 6-GeV-Helizitätsamplituden (vgl. Bild 32, 34 u. 35).

```

ANFANG PROTOKOLL
000010 COMPLEX A,B,F0,FA0,F00,F1,FA1,FB1,V
000020 REAL C(7)
000030 DATA C/-1,04919,39,,.02,239,250,5,4,,22,,53/
000040 PM=.939
000050 PIM=.139
000060 PI=3.1415926536
000070 WRITE(6,1010)
000080 WRITE(6,1007)
000090 WRITE(6,1006) C
000100 C          TOTALER WIRKUNGSQUERSCHNITT
000110 WRITE(6,2000)
000120 WRITE(6,2001)
000130 PL=3.
000140 DD1 I=1,02
000150 PL=PL+1.
000160 S=PM*PM+PIM*PIM+2.*PM*SQRT(PL*PL+PIM*PIM)
000170 W=S-1.16
000180 Y=C(1)*AIMAG(V(S,0,C(2),C(3),C(7)))/(PL*2.571)
000190 1 WRITE(6,2002) PL,Y
000200 C          POLARISATION
000210 WRITE(6,3000)
000220 WRITE(6,3001)
000230 PL=1.95
000240 DD3 I=1,2
000250 PL=PL+2.95
000260 S=PM*PM+PIM*PIM+2.*PM*SQRT(PL*PL+PIM*PIM)
000270 W=S-1.16
000280 T=-.05
000290 DD3 J=1,41
000300 T=T+.05
000310 A=C(1)*(V(S,T,C(2),C(3),C(7))-VU(S,T,C(2),C(3),C(7)))
000320 H=C(4)*(V(S,T,C(5),C(6),C(7))-VU(S,T,C(5),C(6),C(7)))*C(6)/W
000330 ST=-(T/(4.*PM*PM))*(S-(S+PM*PM-PIM*PIM)**2/(4.*PM*PM+T))
000340 Y=((1.+T/(4.*PM*PM))*CAES(A)**2+ST*CAES(B)**2)/(32.*PI*PL*PL)
000350 SQ=SQRT(T*(1.-T*S/(4.*PM*PM*PL*PL)))/(32.*PI*PM*PL)
000360 POL=100.*SQ*AIMAG(A*CONJG(B))/Y
000370 3 WRITE(6,3002) PL,T,POL
000380 C          AMPLITUDEN
000390 PL=0.
000400 WRITE(6,1000) PL
000410 WRITE(6,1001)
000420 S=PM*PM+PIM*PIM+2.*PM*SQRT(PL*PL+PIM*PIM)
000430 W=S-1.16
000440 L=.5*(S+PM*PM-PIM*PIM)/SQRT(S)
000450 D=.125/(PI*PL*SQRT(PI*2.571))
000460 T=-.05
000470 DD2 I=1,21
000480 T=T+.05

```

```

000400 A=C(1)*(V(S,T,C(2),C(3),C(7))-VU(S,T,C(2),C(3),C(7)))
000500 B=C(4)*(V(S,T,C(5),C(6),C(7))-VU(S,T,C(5),C(6),C(7)))*C(6)/W
000510 SQ=SQR(T*(1-T**2)/(E*E-PM*PM))
000520 FA0=D*SQ*PM*A
000530 FB0=D*SQ*.5*((S+PM*PM-PI*PI)*T/(4.*PM*PM+T))*B
000540 F0=FA0+FB0
000550 SQF=.5*SQR(T/(E*E-PM*PM))
000560 FA1=D*SQ*E*A
000570 FB1=D*SQ*(4.*E/(4.*PM*PM+T)-1)*B*(S+PM*PM-PI*PI)*.5*PM/E
000580 F1=FA1+FB1
000590 2 WRITE(0,1004) T,F0,FA0,FB0,F1,FA1,FB1
000600 WRITE(0,1011)
000610 WRITE(0,1007)
000620 WRITE(0,1003) C
000630 STOP
000640 1000 FORMAT(1H1/15X,'PLAB =',F5.1,20X,'PI=N-CEX AMPLITUDEN!//)
000650 1001 FORMAT(2X,'-T',9X,'F++',14X,'F++(A)',13X,'F++(B)',14X,'F+-',14X,
000660 'Z'F+-'(A)',13X,'F+-'(B)'//)
000670 2000 FORMAT( //15X,'TUT.WQ.(PI-P)=TUT.WQ.(PI+P)'//)
000680 2001 FORMAT(9X,'PLAB',13X,'WQT(MBARN)'//)
000690 2002 FORMAT(F13.2,2X,F13.3)
000700 1011 FORMAT(//)
000710 1010 FORMAT(1H1//)
000720 1007 FORMAT(10X,'C(1)',12X,'C(2)',12X,'C(3)',12X,'C(4)',12X,'C(5)',12
000730 'Z'C(6)',12X,'C(7)'//)
000740 1006 FORMAT(7F10.6)
000750 3000 FORMAT( //20X,'PI=N-CEX POLARISATION!//)
000760 3001 FORMAT(9X,'PLAB',9X,'-T',15X,'PULARIS,'//)
000770 3002 FORMAT(F13.2,F13.3,12X,F7.2)
000780 1002 FORMAT(F6.3,12F9.3)
000790 END
ENDE PROTOKOLL

```

ERZEUGTES MD : STOPP
 ÜBERSETZUNG FEHLERFREI

ENDE PS&FTNCOMP (70.18) 1.48

START PS&FTNCOMP (70.18)

ANFANG PROTOKOLL

```

000600 COMPLEX FUNCTION V(S,T,GAMMA,S0,ALPHA)
000610 COMPLEX A
000620 PI=3.1415926536
000630 W=S-1.0
000640 A=(ALOG(W/S0)-(.0,1.)*PI)*(1.-ALPHA)/.585
000650 V=(.0,0)
000660 DO2 N=1,10
000670 Z=V+W*EXP(-(N*.5BI+T/N)*A)*A*(GAMMA/A)**N/N
000680 END
ENDE PROTOKOLL

```

ERZEUGTES MD : V
 ÜBERSETZUNG FEHLERFREI

ENDE PS&FTNCOMP (70.18) 0.49

START PS&FTNCOMP (70.18)

ANFANG PROTOKOLL

```

000600 COMPLEX FUNCTION V(S,T,GAMMA,S0,ALPHA)
000610 PI=3.1415926536

```

Programm RESON

Dient zur graphischen Darstellung des Verlaufs von $k^2(\sigma_T(\pi^+p) - \sigma_T(\pi^-p))$ im Resonanzbereich für verschiedene Parameterwerte (s. Bild 37a).

```

ANFANG PROTOKOLL
000010      EXTERNAL WOT
000020      REAL X(3)
000030      DATA X/1.6,1.8,2.0/
000040      CALL PFAMFU(WOT,.001 ,5.,X,3,+0R1,'D(1)=7.0 , D(3)=.0 ','PLABE
000050      1','K*K*(WOT(=)-WOT(+))')
000060      CALL PLOT(.0,0,4)
000070      STOP
000080      END
ENDE PROTOKOLL

```

ERZEUGTES MD 1 STOP
 UEBERSETZUNG FEHLERFREI

ENDE PSSEFTNCMP (70.18) 0.47

START PSSEFTNCMP (70.19)

```

ANFANG PROTOKOLL
000090      FUNCTION WOT(PL,X)
000100      COMPLEX R,RLS
000110      REAL C(4),D(3)
000120      D(1)=7.
000130      D(2)=X
000140      D(3)=.0
000150      DATA C/3.19636,7.2,.23,.53/
000160      PI=3.1415926536
000170      DIM=.733
000180      DIM=.139
000190      S=PM*PM+PI*PI*PI+2.*PM*SQRT(PL*PL+PI*PI*PI)
000200      WOT=.0
000210      L=-1
000220      DO1 I=1,15
000230      L=L+1
000240      RLS=R(L,S,C(2),C(3),C(4),(1.-C(4))/5.85)+(-1.)**L*R(L,S,D(1),D
000250      1,D(3),(2.5-D(3))/2.9)
000260      1 WOT=WOT+(2.*L+1.)*AIMAG(RLS/(1.-RLS))
000270      WOT=-C(1)*PL*PM*PM*WOT/S
000280      END
ENDE PROTOKOLL

```

ERZEUGTES MD 1 WOT
 UEBERSETZUNG FEHLERFREI

ENDE PSSEFTNCMP (70.18) 0.59

START PSSEFTNCMP (70.19)

ANFANG PROTOKOLL

0934*U707AJ=FA1=BRAU1 WOLFGAN

RES IN SEITE 2

02.08.74 LRZ=MUEN

```

000200  * IMPLEX FUNCTION R(L,S,GAMMA,SO,ALPHA,SLOPE)
000300  * IMPLEX Y,H,X,F,R,FA<,V,A,B,D
000310  PI=3.14159265359
000320  BETA=GAMMA*SO
000330  H=5-1.16
000340  IF(W=5.) 0,8,9
000350  Y=.25*H*(ALOG(H/SO)-(0,1,)*PI)*SLOPE
000360  Z=CEXP(((4./W)*ALPHA/SLOPE-2.)*Y)
000370  H=(1.,0)
000380  IF(L) 2,2,3
000390  3 DO1 I=1,L
000400  4 H=H*Y/(,5+I)
000410  2 X=Y*Y
000420  F=(1.,0)
000430  FAK=(1.,0)
000440  DO6 K=1,10
000450  FAK=FAK*X/(K*(L+.5+K))
000460  5 F=F+FAK
000470  Z=BETA*DO#H*F
000480  RETURN
000490  7 Y=H*(ALOG(H/SO)-(0,1,)*PI)*SLOPE
000500  Z=-BETA*CEXP((Y/W)*ALPHA/SLOPE)*(1.-CEXP(-Y))/Y
000510  IF(L) 4,4,5
000520  4 Z=0
000530  RETURN
000540  5 A=-BETA*CEXP((Y/W)*ALPHA/SLOPE)*(1.+CEXP(-Y))/Y
000550  DO7 I=1,L
000560  Z=A-(2.*I-1,)*B*2./Y
000570  A=0
000580  7 B=0
000590  END
ENDE PROTOKOLL

```

ERZEUGTES MD 1 R
 UEBERSATZ IN FEHLERFREI

ENDE PSEFTNCMD (77.18) 0,74
 MMDNTJRE

START PSCHONTSEGM (17,08)

ENDE PSCHONTSEGM (17,08) 5,26
 RSTARTF, DUMP=F=REST, DATEI=4=STARZ,

DAIEN=7

START STOPP

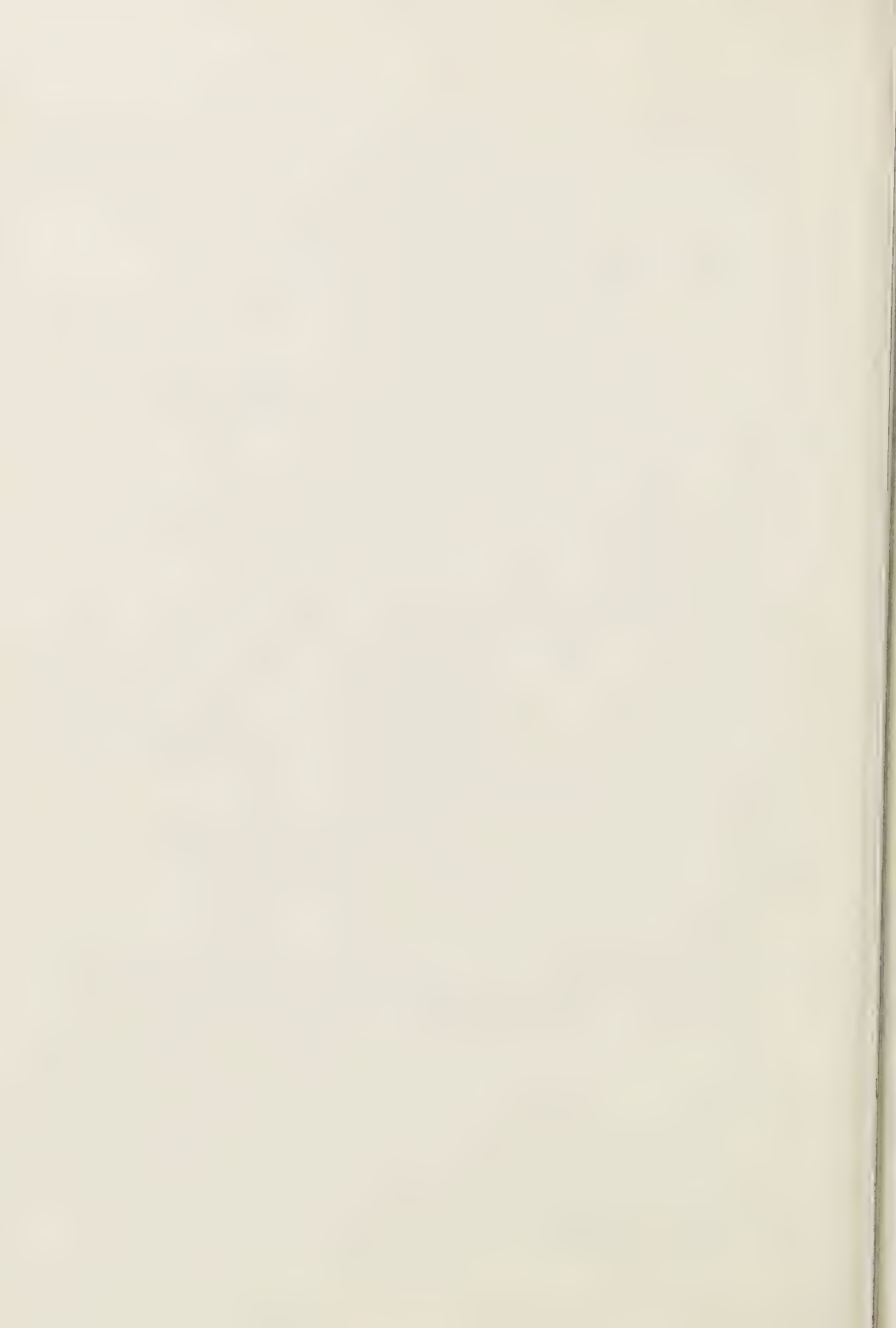
ENPLUT PROZEDUR LABELS, STATISTIK ITR= 4 REST= 0
 STOP

ENDE STOPP 58,00

R e f e r e n z e n

- 1) H. Harari: Phys.Rev.Lett. 26, 1400 (1971)
- 2) P.D.B. Collins: Phys.Rep. 1, 103 (1971)
- 3) N. Schmitz: „High Energy Reactions“, Herbstschule für Hochenergiephysik Maria Laach (1970)
- 4) P. Bonamy et al.: Nucl.Phys. B52, 392 (1973)
- 5) S.P. Denisov et al.: Phys.Lett. 36B, 415 und 528 (1971)
- 6) S. Mandelstam: Nuovo Cim. 30, 1127 und 1148 (1963)
- 7) B. Schrempp, F. Schrempp: Springer Tracts in Modern Physics 61, 67 (1972)
- 8) R.C. Arnold, M.C.L. Blackmon: Phys.Rev. 176, 2082 (1968)
- 9) F. Henyey, G.L. Kane, J. Pumplin, M.H. Ross: Phys.Rev. 182, 1579 (1969)
- 10) G.L. Kane in „Strong Interaction Physics“, Lecture Notes in Physics 17, 106, Springer 1973
- 11) H. Harari: SLAC-PUB-914 (1971)
- 12) R. Arnold: Phys.Rev. 153, 1523 (1967)
- 13) S.C. Frautschi, B. Margolis: Nuovo Cim. 56A, 1155 (1968)
- 14) P.D.B. Collins, F.D. Gault: Springer Tracts in Modern Physics Vol.63 (1972)
- 15) C. Lavelace: Nucl.Phys. B12, 253 (1969)
- 16) G. Cohen-Tannoudji, A. Morel, Ph. Salin: CERN Report TH-1003 (1969)
- 17) R. Dolen, D. Horn, C. Schmid: Phys.Rev. 166, 1768 (1968)
- 18) G. Giacomelli: Rivista del Nuovo Cim. 2, 297 (1970)
- 19) C. Schmid: Phys.Rev.Lett. 20, 689 (1968)
- 20) G. Veneziano: Nuovo Cim. 57A, 190 (1968)
- 21) H. Harari: Phys.Rev.Lett. 20, 1395 (1968)
- 22) P.G.O. Freund: Phys.Rev.Lett. 20, 235 (1968)
- 23) D. Sivers, J. Yellin: Rev.Mod.Phys. 43, 125 (1971)
- 24) K. Kajantie: „Dual Models and Phenomenology“, Lectures given at the Academic Training Programme of CERN

- 25) A. Martin: Phys.Lett. 29B, 431 (1969)
- 26) K. Kikkowa, B. Sakita, M.A. Virasoro: Phys.Rev. 184, 1701 (1969)
- 27) R.P. Worden: Nucl.Phys. B58, 205 (1973)
- 28) S. Mandelstam: Phys.Rev. 112, 1344 (1958)
- 29) S. Mandelstam: Phys.Rev. 115, 1741 und 1752 (1959)
- 30) E.C. Titchmarsh: Theory of Functions, Oxford University Press (1939)
- 31) Handbook of Mathematical Functions, ed. by M. Abramowitz and J.A. Segun, Dover Publications, Inc., New York 1965
- 32) K.V. Vasavada: Phys.Lett. 34B, 214 (1971)
- 33) K.V. Vasavada: Lett. al Nuovo Cim. 2, 1339 (1971)
- 34) K.V. Vasavada: Lett. al Nuovo Cim. 6, 453 (1973)
- 35) J.L. Petersen: Phys.Rep. 2C, 156 (1971)
- 36) F. Zachariasen: Phys.Rep. 2C, 1 (1971)
- 37) A. Martin, P.R. Stevens: Phys.Rev. D8, 2076 (1973)
- 38) A. Citron et al.: Phys.Rev. 144, 1101 (1966)
- 39) K.J. Foley et al.: Phys.Rev.Lett. 19, 330 (1967)
- 40) S.P. Denisov et al.: Phys.Lett. 36B, 415 und 528 (1971)
- 41) A.V. Stirling et al.: Phys.Rev.Lett. 14, 763 (1965)
- 42) P. Sonderegger et al.: Phys.Lett 20, 75 (1966)
- 43) M.A. Wahlig, I.Manelli: Phys.Rev. 168, 1515 (1968)
- 44) F.Halzen, C. Michael: Phys.Lett. 36B, 367 (1971)
- 45) A.Martin, P.R.Stevens: Phys.Rev. D5, 147 (1972)
- 46) R.W.Hanson: Phys.Rev. D7, 798 (1973)
- 47) A.F.Garfinkel, K.V.Vasavada: Phys.Rev. D8, 2880 (1973)
- 48) E.Leader, B.Nikolescu: Phys.Rev. D7, 836 (1973)



Herrn Priv.-Doz. Dr. E.G.Weidemann danke ich sehr herzlich für die Anregung zu dieser Arbeit und seine wohlwollende Betreuung.

Außerdem möchte ich meinen Mitarbeitern, Herrn Dipl. Phys. M.Maurer und Herrn Dipl.Phys. C.Hoffmann für zahlreiche Diskussionen sowie der Bayerischen Akademie der Wissenschaften für die Rechenerlaubnis am TR 440 des Leibnitz-Rechenzentrums München danken.

Lebenslauf

Am 27. Dezember 1945 wurde ich als Sohn des Dipl.Ing. Max Braun und seiner Ehefrau Ruth geb. Schrey in Brackenheim Krs. Heilbronn geboren. Nach vierjährigem Volksschulbesuch trat ich 1956 in das Theodor-Heuss-Gymnasium in Heilbronn ein, wo ich im März 1965 die Reifeprüfung ablegte. Anschließend absolvierte ich ein halbjähriges Industriepraktikum.

Im Wintersemester 1965/66 nahm ich das Studium der Physik an der TU Stuttgart auf und setzte es im Sommersemester 1968 an der Universität München fort, wo ich es im Okt. 1971 mit der Diplomprüfung abschloß. Die Diplomarbeit unter der Betreuung von Herrn Priv.-Doz. Dr. E.G.Weidemann hatte das Thema: „Äquivalenz von Quantenfeldtheorien mit Fermi- und Yukawakopplung“.

Danach begann ich mit der Arbeit an der vorliegenden Dissertation am Lehrstuhl Prof. F.Bopp, ebenfalls unter der Betreuung von Herrn Priv.-Doz. Dr. E.G.Weidemann.

and the other side of the mountain
the mountain is covered with
the mountain is covered with
the mountain is covered with
the mountain is covered with
the mountain is covered with

the mountain is covered with
the mountain is covered with
the mountain is covered with
the mountain is covered with
the mountain is covered with
the mountain is covered with

the mountain is covered with
the mountain is covered with
the mountain is covered with
the mountain is covered with
the mountain is covered with
the mountain is covered with

